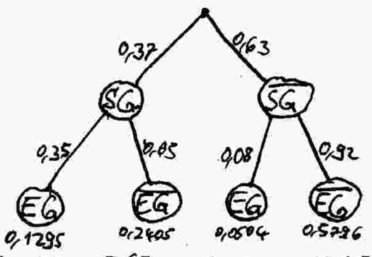
1. Fahrstuhleffekt im Schulsystem

a)



SG: Schüler besucht Gymnasium
EG: Eltern besuchten Gymnasium

D2

b) $1-0{,}37=0{,}63$; $1-0{,}35=0{,}65$; $1-0{,}08=0{,}92$

$0{,}35\cdot 0{,}37=0{,}1295$; $0{,}37\cdot 0{,}65=0{,}2405$; $0{,}63\cdot 0{,}08=0{,}0504$ $0{,}63\cdot 0{,}92=0{,}5796$ D3,5

c) $P(EG)=P(SG)\cdot P_{SG}(EG)+P(\overline{SG})\cdot P_{\overline{SG}}(EG)$

$=0{,}37\cdot 0{,}35+0{,}63\cdot 0{,}08=\underline{\underline{0{,}1799}}$

Z2

2. Schulabgänger

a)

	J	M	
A	33600	41300	74900
$\overline{A}$	76200	68000	144200
	109800	109300	219100

D4

b) $P_M(A)=\frac{41300}{109300}\approx \underline{\underline{0{,}3779}}$ D1

c) $P(J\cap A)=\frac{33600}{219100}\approx \underline{\underline{0{,}1534}}$ D1 Z0,5

3. Kreuzworträtsel

a)

x_i	0	20	300	1000
$P(X=x_i)$	$\frac{9795}{10000}$	$\frac{200}{10000}$	$\frac{4}{10000}$	$\frac{1}{10000}$

D 2
Z 1,5

b) $E(X)=\sum_{i=1}^{n} x_i\cdot P(X=x_i)=0\cdot\frac{9795}{10000}+20\cdot\frac{200}{10000}+300\cdot\frac{4}{10000}+1000\cdot\frac{1}{10000}$

$=\frac{31}{50}=0{,}62$ D2

$V(X)=\sum_{i=1}^{n}(\mu-x_i)^2\cdot P(X=x_i)$

$=0{,}62^2\cdot\frac{9795}{10000}+(0{,}62-20)^2\cdot\frac{200}{10000}+(0{,}62-300)^2\cdot\frac{4}{10000}+(0{,}62-1000)^2\cdot\frac{1}{10000}$

$\approx 143{,}62$

$\Rightarrow \sigma(X)=\sqrt{V(X)}\approx 11{,}98$ D3

3. (Fortsetzung)

c) Es sei r die Anzahl der Einsendungen mit richtiger Lösung.

$E(X)\geq 0{,}45$ ist die Forderung

$E(X)=20\cdot\frac{200}{r}+300\cdot\frac{4}{r}+1000\cdot\frac{1}{r}=4000\cdot\frac{1}{r}+1200\cdot\frac{1}{r}+1000\cdot\frac{1}{r}$

$=6200\cdot\frac{1}{r}$

$\Rightarrow 6200\cdot\frac{1}{r}\geq 0{,}45 \quad |\cdot r \quad |:0{,}45$

$13777{,}\overline{7}\geq r$

D.h. es dürfen maximal 13777 richtige Lösungen unter den Einsendungen sein. Z6

4. Bernoulli-Experimente

Bei den folgenden Experimenten handelt es sich um Bernoulli-Experimente:
(1), (3), (4) [Falsche ergeben 0,5 Punkt Abzug] D3

Bei (2) handelt es sich nicht um ein Bernoulliexperiment, da sich aufgrund des „Ziehens ohne Zurücklegen" mit jedem Zug die Wahrscheinlichkeit für „Niete" oder „Gewinn" ändert. Bei Bernoulliexperimenten muss die Einzelwahrscheinlichkeit gleich bleiben. Z3

5. Schlafbaum

a) X: Anzahl der keimenden Schlafbaumsamen

$E(X)=n\cdot p=40\cdot 0{,}8=\underline{32}$ D1

b) $V(X)=n\cdot p\cdot(1-p)=40\cdot 0{,}8\cdot 0{,}2=6{,}4$ D1

$E(X)=\sqrt{V(X)}\approx 2{,}53$ D0,5

c.1) $P(X=25)=B(40;\,0{,}8;\,25)=\binom{40}{25}\cdot 0{,}8^{25}\cdot 0{,}2^{15}\approx 4{,}98\cdot 10^{-3}=0{,}498\,\%$ D2,5

c.2) $P(X\geq 25)=1-P(X\leq 24)=1-F(40;\,0{,}8;\,24)$ | Erweiterte TR-Funktion

$\approx 1-2{,}936\cdot 10^{-3}=0{,}997064\approx 99{,}7\,\%$ D2,5

d) $P(20\leq X\leq 30)=P(X\leq 30)-P(X\leq 19)$ | Erweiterte TR-Funktion

$=0{,}26824-5{,}0273\cdot 10^{-6}\approx 0{,}2682=26{,}82\,\%$ D2,5

5. (Fortsetzung)

c) $P(X \geqslant 1) \geqslant 0{,}99$

$$1 - P(X=0) \geqslant 0{,}99$$

$$1 - \underbrace{\binom{n}{0}}_{=1} \cdot \underbrace{0{,}8^0}_{=1} \cdot 0{,}2^n \geqslant 0{,}99 \quad \left| + 0{,}2^n \right. \quad \left| - 0{,}99 \right.$$

$$0{,}01 \geqslant 0{,}2^n \quad \left| \log_{0,2}() \right.$$

$$2{,}86 \leqslant n$$

$\Rightarrow$ Benötigt werden mindestens 3 Samen!

25

Notenschlüssel:

$\Sigma = 49{,}5$

Note	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
min. %	0	20	27	34	41	46	51	56	61	66	71	76	81	86	91	96
min. Bew.P.	0	10	13,5	17	20,5	23	25,5	28	30,5	33	35,5	38	40,5	43	45,5	48