1.| Wie gut wird meine Matheklausur - Note?

a) $P(3\times 1er) = 0{,}23 \cdot 0{,}23 \cdot 0{,}23 = 0{,}012167 \approx 1{,}2\%$ D 1,5

b) E: Min. 1x 2er - Bereich $\Rightarrow \bar{E}$ = keinmal 2er - Bereich

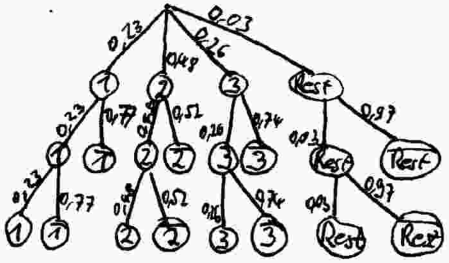
$P(E) = 1 - P(\bar{E}) = 1 - 0{,}52 \cdot 0{,}52 \cdot 0{,}52 = 0{,}859392 \approx 85{,}94\%$ D3

c)

1. Klausur:

2. Klausur:

3. Klausur:

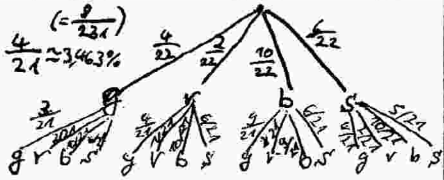


Z1

$P(3\times \text{ selber Bereich}) = 0{,}23^3 + 0{,}48^3 + 0{,}26^3 + 0{,}03^3 = 0{,}140362 \approx 14{,}036\%$ D3

2.| Die Sache mit den Socken

a) $P(\text{rote und grüne Socke}) = \frac{4}{22} \cdot \frac{2}{21} + \frac{2}{22} \cdot \frac{4}{21} \approx 3{,}463\%$ $(=\frac{8}{231})$ D3



b) $P(2\times \text{ gleiche Farbe}) =$

$\frac{4}{22} \cdot \frac{3}{21} + \frac{2}{22} \cdot \frac{1}{21} + \frac{10}{22} \cdot \frac{9}{21} + \frac{6}{22} \cdot \frac{5}{21}$

$= \frac{67}{231} \approx 29{,}004\%$ D3

3.| Der Additionssatz

Beispiel: Würfel mit 6 durchnummerierten Seiten.

E_1: Zahl ist prim ; E_2: Zahl ist ungerade

$E_1 = \{2; 3; 5\}$ $E_2 = \{1; 3; 5\}$

Mit $P(E_1 \cup E_2)$ ist jetzt die Wahrscheinlichkeit dafür gemeint, dass entweder eine Primzahl oder eine ungerade Zahl gewürfelt wird. Da 3 und 5 sowohl prim, als auch ungerade sind, würde man mit $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$ die Wahrscheinlichkeit für diese beiden Zahlen doppelt zählen und käme auf ein zu hohes Ergebnis. Aus diesem Grund muss davon noch die einfache Wahrscheinlichkeit für 3 und 5 abgezogen werden: $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$ Z4

4.| Hacken

a) $N = 26^7 = 8031810176$ Kombinationen insgesamt. Pro Sekunde 10 000 000 D2

$\Rightarrow$ 803,1810176 Sekunden $\hat{=}$ 13,386 Minuten >6 Min. werden benötigt. $\Rightarrow$ Zeit zu knapp D1,5

b) $N = 26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 21 \cdot 20 = 3315312000$ Kombinationsmöglichkeiten. D2

$\Rightarrow$ 331,5312 Sekunden $\hat{=}$ 5,52 Minuten < 6 Min. D0,5

Mit Ricardas Information reicht die Zeit und es bleibt eine halbe Minute, um die Klausur auf einen USB-Stick zu kopieren. D1

5.| Das ultimative Sportturnier

a) $N = \binom{21}{6} = 54264$ D1,5

b) $N = \binom{12}{3} \cdot \binom{9}{3} = 18480$ D2,5

c) $N = \binom{12}{5} \cdot \binom{9}{1} + \binom{12}{4} \cdot \binom{9}{2} + \binom{12}{3} \cdot \binom{9}{3} + \binom{12}{2} \cdot \binom{9}{4} + \binom{12}{1} \cdot \binom{9}{5} + \binom{12}{0} \cdot \binom{9}{6}$ D3

$= 53340$

d.1) $N = 24 \cdot 23 \cdot 22 = 12144$ D1

d.2) $P = \frac{\binom{18}{0} \cdot \binom{6}{3}}{\binom{24}{3}} = 9{,}881 \cdot 10^{-3} \approx 1\%$ E2

6.| Das Geburtstagsproblem

a) (1) Die Schülerin berechnet die Wahrscheinlichkeit über das Gegenereignis, bei welchem niemand am gleichen Tag Geburtstag hat. [+1] [+1] Z2

(2) Die Schülerin berechnet die Wahrscheinlichkeit für das Gegenereignis. Dabei verteilt sie die 21 Personen auf die 365 Tage eines Jahres:

Verteilt man die 1. Person, so stehen von 365 Tagen 365 freie Tage zur Verfügung. Die Wahrscheinlichkeit, dass diese an einem Tag Geburtstag hat, an welchem noch keiner Geburtstag hat, beträgt also $\frac{365}{365}$.

Bei der Verteilung der 2. Person stehen von den 365 Tagen nur noch 364 freie Tage zur Verfügung, da die erste Person bereits einen Tag besetzt. Die Wahrsch. für die 2. Person, einen freien Tag zu erwischen, beträgt also $\frac{364}{365}$

Die Zahl der nicht belegten Tage reduziert sich mit jeder Person um 1. D.h. die Wahrsch. für die 3. Person, einen freien Tag zu erwischen, beträgt $\frac{363}{365}$. Für eine 4. Person $\frac{362}{365}$, u.s.w., für die 21. Person dann $\frac{345}{365}$.

Es handelt sich also um ein Zufallsexperiment mit 21 Stufen. Wegen des Pfadmultiplikationsgesetzes müssen diese einzelnen Wahrscheinlichkeiten miteinander multipliziert werden. E3

(3) Mit einer Wahrsch. von 0,5563 haben bei 21 Personen niemand am gleichen Tag Geburtstag. Z0,5

(4) Die gesuchte Wahrsch. beträgt 0,4437 D1

b) $P(E) = 1 - P(\bar{E}) = 1 - \frac{365}{365} \cdot \frac{364}{365} \cdot \ldots \cdot \frac{(365-n+1)}{365} = 1 - \frac{365!}{(365-n)! \cdot 365^n}$ E2,5

Notenschlüssel: Σ44,5

Note	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Min.%	0	20	27	34	41	46	51	56	61	66	71	76	81	86	91	96
Min. Pkte:	0	9	12,5	15,5	18,5	20,5	23	25	27,5	29,5	32	34	36,5	38,5	40,5	43

D 26,5 63,5% Z 7,5 18% E 7,5 18,5%