1. Ein sicherer Flug! D1

a.1) Steigflug

a.2)

·Koord. ·A, B ·Gerade D3,5

a.3) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix}4,5\\3\\3\end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix}-3\\-4\\0,5\end{pmatrix}$ D3

a.4) $\begin{pmatrix}-4,5\\-9\\4,5\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}4,5\\3\\3\end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix}-3\\-4\\0,5\end{pmatrix} \begin{matrix}\Rightarrow r=3\\ \Rightarrow r=3\\ \Rightarrow r=3\end{matrix}$ $\Big\}$ ⇒ Das Flugzeug erwischt die Taube. D3

$\boxed{19,5}$

b.1) g_1 & g_2: $-2 \cdot \begin{pmatrix}-1\\4\\-0,5\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\-8\\1\end{pmatrix}$ ⇒ Die Geraden verlaufen parallel, da die Richtungsvektoren Vielfache voneinander sind.

→ Punktprobe: $\begin{pmatrix}6\\-2\\4,5\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\14\\2,5\end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix}2\\-8\\1\end{pmatrix} \begin{matrix}\Rightarrow s=2\\ \Rightarrow s=2\\ \Rightarrow s=2\end{matrix}$ $\Big\}$ ⇒ Da der Stützpunkt von g_1 auf g_2 liegt, sind die Geraden zudem identisch. g_1&g_2: D3

g_1 & g_3: keine Parallelität! Schnittpunkte?

$\begin{pmatrix}6\\-2\\4,5\end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix}-1\\4\\-0,5\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3\\5\\3\end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix}2\\-3\\1\end{pmatrix}$ ⇒ I.: $6 - r = 3 + 2t$ ⇒ II.: $-2 + 4r = 5 - 3t$ ⇒ III.: $4,5 - 0,5r = 3 + t$

I.: $-r - 2t = -3$

⇒ II.: $4r + 3t = 7$ | II + 4·I

III.: $-0,5r - t = -1,5$ | III·2 + (−1)·I

I.: $-r - 2t = -6$ ⇒ $-r - 2 = -6$ ⇒ $r = 4$

II.: $-5t = -5$ ⇒ $t = 1$

III.: $0 = 0$

$\Big\}$ ⇒ Die Geraden schneiden sich.

→ t einsetzen ⇒ $\vec{x} = \begin{pmatrix}3\\5\\3\end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix}2\\-3\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}5\\2\\4\end{pmatrix}$ ⇒ Schnittpunkt $P_S(5|2|4)$ g_1&g_3: D5

1. (Fortsetzung)

b.1) da $g_2 = g_1$, haben g_2 & g_3 den Schnittpunkt $P_S(5|2|4)$ D1

b.2) Der Fluglotse muss Flugzeug g_1 zur Kursänderung aufrufen, da es sonst mit g_2 kollidiert.
Zudem muss er g_3 zur Kursänderung aufrufen, da es die Bahnen von g_1 und g_2 schneidet. Z2

2. Sportflugzeuge – klein aber oho...

a) Bei der Startbahn ist die Höhe Null. D.h. $P(P_x|P_y|0)$

$\Rightarrow \begin{pmatrix}P_x\\P_y\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}420\\-630\\120\end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix}40\\50\\11\end{pmatrix}$ $\Rightarrow P_x = 420 - \frac{120}{11} \cdot 40 = -\frac{180}{11} \approx -16,36$; $\Rightarrow P_y = -630 - \frac{120}{11} \cdot 50 = -\frac{12930}{11} \approx -1175,45$; $\Rightarrow 0 = 120 + r \cdot 11$ | −120 | :11 ⇒ $\boxed{r = -120/11}$

⇒ Die Startbahn befindet sich bei Position $P(-16,36|-1175,45|0)$. Z3,5

b.1) $\begin{pmatrix}1380\\570\\z\end{pmatrix} \stackrel{?}{=} \begin{pmatrix}420\\-630\\120\end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix}40\\50\\11\end{pmatrix}$ ⇒ $1380 = 420 + r \cdot 40$ | −420 | :40 ⇒ $r = 24$; ⇒ $570 = -630 + r \cdot 50$ | +630 | :50 ⇒ $r = 24$ } Es fliegt exakt über das Windrad! ⇒ $z = 120 + 24 \cdot 11 = 384$ ← Höhe Flugzeug Z3,5

b.2) Höhe des Flugzeugs aus b.1: $z = 384$ m
Höhe des Windrads: 170 m
} ⇒ Abstand über Windrad: 384 m − 170 m = <u>214 m</u> Z1,5

c) Der Steigungswinkel entspricht dem Winkel zwischen dem Richtungsvektor $\vec{b} = \begin{pmatrix}40\\50\\11\end{pmatrix}$ des Flugzeugs und dem Vektor $\vec{c} = \begin{pmatrix}40\\50\\0\end{pmatrix}$ auf dem Boden.

$\Rightarrow \cos(\alpha) = \frac{\vec{b} \cdot \vec{c}}{|\vec{b}| \cdot |\vec{c}|} \approx \frac{1600 + 2500 + 0}{64,969 \cdot 64,031} \approx 0,9856$ | arccos

$\Rightarrow \alpha = \arccos(0,9856) \approx \underline{9,75°}$ Z5

⇒ Da 9,75° > 8° ist, riskiert der Pilot sein Leben.

3. Trockene Fahrräder

a) $\cos(\alpha) = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{|\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}|}$ mit $\vec{AB} = \begin{pmatrix}2\\0,5\\-1\end{pmatrix}$ und $\vec{AC} = \begin{pmatrix}-1\\2\\0\end{pmatrix}$

$\approx \frac{-2 + 1 - 0}{2,291 \cdot 2,236} \approx -0,1952$ | arccos

$\Rightarrow \alpha \approx \underline{101,26°}$ D4

3.a) (Fortsetzung)

$$\cos(\beta) = \frac{\vec{BA}\cdot\vec{BC}}{|\vec{BA}|\cdot|\vec{BC}|} \quad \text{mit } \vec{BA} = \begin{pmatrix}-2\\-0,5\\1\end{pmatrix} \text{ und } \vec{BC} = \begin{pmatrix}-3\\1,5\\1\end{pmatrix}$$

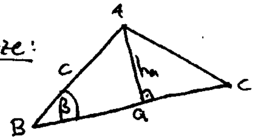
$$= \frac{6-0,75+1}{2,291\cdot 3,5} \approx 0,7794 \quad |\arccos$$ D2

$$\Rightarrow \beta \approx \underline{\underline{38,79°}}$$ D1

→ Die Winkelsumme im Dreieck ist 180° $\Rightarrow \gamma = 180 - \alpha - \beta \approx \underline{\underline{34,95°}}$

b) $A = \frac{1}{2}\cdot g\cdot h = \frac{1}{2}\cdot a\cdot h_a$

Skizze:



$c = |\vec{AB}| \approx 2,291\,m$

$a = |\vec{BC}| = \sqrt{3^2+1,5^2+1^2} = 3,5\,m$

$\frac{h_a}{c} = \sin(\beta) \Rightarrow h_a = c\cdot\sin(38,79°) \approx 1,435\,m$

$\Rightarrow A \approx \frac{1}{2}\cdot 3,5m\cdot 1,435m \approx \underline{\underline{2,511\,m^2}}$ Z3

c) Gesucht ist der Normalenvektor auf $\vec{AC}$ und $\vec{AB}$: $\vec{n} = \begin{pmatrix}n_x\\n_y\\n_z\end{pmatrix}$

I.: $\vec{n}\cdot\vec{AB} = 0 \Rightarrow \begin{pmatrix}n_x\\n_y\\n_z\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}2\\0,5\\-1\end{pmatrix} = 0 \Rightarrow 2n_x + 0,5n_y - n_z = 0$

II.: $\vec{n}\cdot\vec{AC} = 0 \Rightarrow \begin{pmatrix}n_x\\n_y\\n_z\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1\\2\\0\end{pmatrix} = 0 \Rightarrow -n_x + 2n_y = 0$

Wähle $n_y = 1$.

II. $\Rightarrow n_x = 2n_y = 2$

III. $\Rightarrow 2\cdot 2 + 0,5\cdot 1 - n_z = 0 \quad |+n_z \Rightarrow n_z = 4,5$

$\Rightarrow \vec{n} = \begin{pmatrix}2\\1\\4,5\end{pmatrix}$ D6

Notenschlüssel:

Note	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
min %	0	20	27	34	41	46	51	56	61	66	71	76	81	86	91	96
min. Rohp.	0	10,5	14	17,5	21	23,5	26,5	29	31,5	34	36,5	39	41,5	44	47	49

D 32,5 63,5 %

Z 18,5 36,5

Σ 51