1. Flächeninhaltsberechnung

→ Nullstellen berechnen

$0=\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{2}x-2 \quad |\cdot 4 \quad |PQ$

$x_{1,2}=1\pm\sqrt{1^2+8} \quad \Rightarrow x_1=-2;\ x_2=4$ D2

→ Berechnung der Fläche

$A=\left|\int_{-2}^{4} f(x)\,dx\right|+\left|\int_{4}^{8} f(x)\,dx\right|=\left|\left[\frac{1}{12}\cdot x^3-\frac{1}{4}x^2-2x\right]_{-2}^{4}\right|+\left|\left[\frac{1}{12}x^3-\frac{1}{4}x^2-2x\right]_{4}^{8}\right|$

$=|-9|+\left|\frac{52}{3}\right|=\underline{\underline{\frac{79}{3}\text{ FE}}}$ D3

2. Die Parameteraufgabe

a) $\int_2^a 2\cdot x^3\,dx=\left[\frac{1}{2}x^4\right]_2^a=\frac{1}{2}a^4-\frac{1}{2}2^4=\frac{1}{2}a^4-8 \overset{!}{=} 304{,}5$

$\Rightarrow \frac{1}{2}a^4-8=304{,}5 \quad |+8 \quad |\cdot 2$

$a^4=625 \quad |\sqrt[4]{\ }$

$\underline{\underline{a=5}}$ D4

b) $f(x)=-a\cdot x^3+6x^2$ soll mit der x-Achse die Fläche 32 umschließen.

→ Bestimmung der Nullstellen:

$0=-a\cdot x^3+6x^2 \quad |:(-a)$ +1

$0=x^3-\frac{6}{a}x^2 \quad |x^2$ vorklammern

$0=\underbrace{x^2}_{x_1=0}\cdot\underbrace{\left(x-\frac{6}{a}\right)}_{x_2=\frac{6}{a}}$ +1

→ Umschlossene Fläche berechnen

$A=\int_0^{6/a}(-ax^3+6x^2)\,dx=\left[-\frac{a}{4}x^4+2x^3\right]_0^{6/a}$ +2

$=-\frac{a}{4}\cdot\left(\frac{6}{a}\right)^4+2\cdot\left(\frac{6}{a}\right)^3-0=-\frac{a}{4}\cdot\frac{6^4}{a^4}+2\cdot\frac{6^3}{a^3}$ +1

$=-324\cdot\frac{1}{a^3}+432\cdot\frac{1}{a^3}=108\cdot\frac{1}{a^3}\overset{!}{=}32$ +1

2. Die Parameteraufgabe – FORTSETZUNG

$108\cdot\frac{1}{a^3}=32 \quad |\cdot a^3 \quad |:32$

$3{,}375=a^3 \quad |\sqrt[3]{\ }$

$\underline{\underline{1{,}5=a}}$ +1 E7

3. Der See

→ Berechnung der Schnittstellen (= Integrationsgrenzen)

$f(x)=g(x) \Rightarrow -\frac{1}{2}x^2+5=\frac{1}{3}x+2 \quad |-\frac{1}{3}x-2$

$\Rightarrow -\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{3}x+3=0 \quad |\cdot(-2)$

$x^2+\frac{2}{3}x-6=0 \quad |PQ$

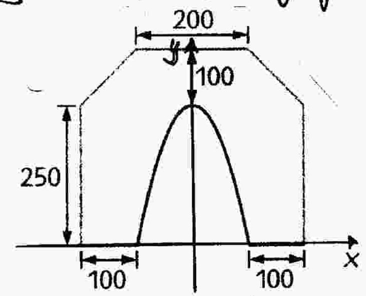
$x_{1,2}=-\frac{1}{3}\pm\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2+6} \quad \Rightarrow x_1\approx-2{,}8054,\ x_2\approx 2{,}1387$ D3

→ Berechnung der Fläche

$A=\int_{-2{,}8054}^{2{,}1387}\left(f(x)-g(x)\right)dx=\int_{-2{,}8054}^{2{,}1387}\left(-\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{3}x+3\right)dx=\left[-\frac{1}{6}x^3-\frac{1}{6}x^2+3x\right]_{-2{,}8054}^{2{,}1387}$

$=10{,}071$ FE D4,5

4. Schwalheimer Fußgängertunnel



- Das Koordinatensystem wird so gelegt, dass die Funktionsbestimmung möglichst einfach wird:
  - Maximum in $P_M(0|250)$
  - Nullstelle in $P_N(100|0)$

$f(x)=a\cdot x^2+b\cdot x+c \qquad f'(x)=2ax+b$

→ Bestimmung von a, b, c: Bed.: +3

$P_M(0|250)\Rightarrow f(0)=250 \Rightarrow a\cdot 0^2+b\cdot 0+c=250 \Rightarrow \boxed{c=250}$

Max. bei $x=0 \Rightarrow f'(0)=0 \Rightarrow 2a\cdot 0+b=0 \Rightarrow \boxed{b=0}$

$P(100|0)\Rightarrow f(100)=0 \Rightarrow a\cdot 100^2+250=0 \quad |-250 \quad |:100^2$ Lös: +2

$\boxed{a=-0{,}025}$

$\Rightarrow \boxed{f(x)=-0{,}025\cdot x^2+250}$

4. Fortsetzung

$$A = \int_{-100}^{100} (-0{,}025x^2 + 250)\,dx = \left[-\frac{1}{120}x^3 + 250x\right]_{-100}^{100} \approx \underline{\underline{33333{,}\overline{3}\ FE}}$$

+2,5 Σ6,5

5. Sektgläser...

a) $$V_{innen} = \pi \cdot \int_{0{,}5}^{8} (g(x))^2\,dx = \pi \cdot \int_{0{,}5}^{8} (x - 0{,}5)\,dx = \pi \cdot \left[\frac{1}{2}x^2 - 0{,}5 \cdot x\right]_{0{,}5}^{8}$$

$$\approx \underline{\underline{88{,}36\ cm^3}}$$

D 4

b) $$V_{außen} = \pi \cdot \int_{0}^{8} (f(x))^2\,dx = \pi \cdot \int_{0}^{8} x\,dx = \pi \cdot \left[\frac{1}{2}x^2\right]_{0}^{8} = 32\pi \approx 100{,}53\,cm^3$$

$$V_{Glas} = V_{außen} - V_{innen} = \underline{\underline{12{,}17\ cm^3}}$$

D 3

Notenschlüssel:

Note	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
min. %	0	20	27	34	41	46	51	56	61	66	71	76	81	86	91	96
Rohp.	0	7,5	10	13	15,5	17	19	21	23	24,5	26,5	28,5	30	32	34	36