**1.** $f(x) = x^2+2 \quad g(x) = x+1 \quad I = [-1; 2]$

$$A = \int_{-1}^{2} (f(x)-g(x))\,dx = \int_{-1}^{2} (x^2-x+1)\,dx = \left[\tfrac{1}{3}x^3 - \tfrac{1}{2}x^2 + x\right]_{-1}^{2} = \tfrac{9}{2} = \underline{\underline{4{,}5}}\ \text{FE}$$

---

**2.** $f(x) = 1-x^2 \quad g(x) = x^2-2x+1$

(1) Schnittstellen berechnen: Funktionsterme gleichsetzen!

$1-x^2 = x^2-2x+1 \quad | +x^2-1 \quad | :2$

$0 = x^2 - x \quad$ | Lösung entweder mit PQ-Formel oder mit Vorklammern von x

$\Rightarrow x_1 = 0,\ x_2 = 1 \quad \leftarrow$ Das sind die neuen Integrationsgrenzen.

(2) Fläche berechnen

$$A = \int_0^1 (f(x)-g(x))\,dx = \int_0^1 (-2x^2+2x)\,dx = \left[-\tfrac{2}{3}x^3 + x^2\right]_0^1 = \underline{\underline{\tfrac{1}{3}}}\ \text{FE}$$

---

**4.** $f(x) = -x^2+2x \quad g(x) = x^3 \quad$ Gesucht: Flächeneinschluss im 1. Quadranten

(1) Schnittstellen berechnen:

$-x^2+2x = x^3 \quad | + x^2 - 2x$

$0 = x^3 + x^2 - 2x \quad$ | x vorklammern

$0 = x \cdot \underbrace{(x^2 + x - 2)} \quad$ | Das Produkt wird Null, wenn einer der Faktoren Null wird.

$x_1 = 0 \qquad x^2 + x - 2 = 0 \quad | PQ$

$\Rightarrow x_2 = 1 \quad x_3 = -2$

$\rightarrow$ Als Integrationsgrenzen kommt nur $x_1 = 0$ und $x_2 = 1$ in Frage, da der Flächeneinschluss nur für den 1. Quadranten gesucht ist.

(2) Fläche berechnen:

$$A = \int_0^1 (f(x)-g(x))\,dx = \int_0^1 (-x^3-x^2+2x)\,dx = \left[-\tfrac{1}{4}x^4 - \tfrac{1}{3}x^3 + x^2\right]_0^1 = \underline{\underline{\tfrac{5}{12}}}$$

---

**S.54/6**

a) (1) Schnittstellen berechnen

$f(x) = g(x)$

$-x^2+2a^2 = x^2 \quad | +x^2$

$2a^2 = 2x^2 \quad | :2 \quad | \sqrt{\ }$

$\Rightarrow x_1 = a \quad x_2 = -a$

(2) Fläche berechnen und a bestimmen

$$A = \int_{-a}^{a} (f(x)-g(x))\,dx = \int_{-a}^{a} (-2x^2+2a^2)\,dx$$

$$\int_{-a}^{a} (-2x^2+2a^2)\,dx \overset{!}{=} 72$$

$$\left[-\tfrac{2}{3}x^3 + 2a^2x\right]_{-a}^{a} \overset{!}{=} 72$$

$\tfrac{8}{3}a^3 = 72 \quad | \cdot \tfrac{3}{8}$

$a^3 = 27 \quad | \sqrt[3]{\ }$

$\underline{\underline{a = 3}}$





**S.54/6b** $f(x) = x^2 \quad g(x) = a \cdot x \quad A = 4/3$ mit $a > 0$

(1) Schnittstellen berechnen

$x^2 = a \cdot x \quad | -a\cdot x \quad |$ x vorklammern

$x \cdot (x - a) = 0 \quad$ | Ein Produkt wird Null, wenn einer der Faktoren Null wird.

$\Rightarrow x_1 = 0 \quad x_2 = a$

(2) Fläche berechnen & a bestimmen:

$$A = \int_0^a (f(x)-g(x))\,dx = \int_0^a (x^2 - a\cdot x)\,dx = \left[\tfrac{1}{3}x^3 - \tfrac{1}{2}\cdot a \cdot x^2\right]_0^a = -\tfrac{1}{6}\cdot a^3$$

orientierter Flächeninhalt

$A \overset{!}{=} \tfrac{4}{3} \Rightarrow +\tfrac{1}{6}\cdot a^3 \overset{!}{=} \tfrac{4}{3} \quad | \cdot (+6)$

$a^3 = +8 \quad |$

da Flächeninhalt nicht orientiert sein soll. $\Rightarrow \underline{\underline{a = +2}}$, denn $(+2)^3 = +8$

---

**S.57/13c** $f(x) = x^2 - 2x + 2 \quad g(x) = ax + 2 \quad A = 36$ mit $a > 0$

(1) Schnittstellen berechnen

$x^2 - 2x + 2 = ax + 2 \quad | -ax - 2$

$x^2 - 2x - ax = 0 \quad$ | x vorklammern

$x \cdot \underbrace{(x - 2 - a)} = 0$

$x_1 = 0 \qquad x - 2 - a = 0 \quad | +2+a$

$x_2 = a + 2$

(2) Fläche berechnen und a bestimmen

$$A = \int_0^{a+2} (f(x)-g(x))\,dx = \int_0^{a+2} (x^2 - 2x - ax)\,dx = \left[\tfrac{1}{3}x^3 - x^2 - \tfrac{1}{2}ax^2\right]_0^{a+2} = -\tfrac{1}{6}a^3 - a^2 - 2a - \tfrac{4}{3}$$

$= -\left(\tfrac{1}{6}a^3 + a^2 + 2a + \tfrac{4}{3}\right) \leftarrow$ orientierter Flächeninhalt!

$\tfrac{1}{3}a^3 + a^2 + 2a + \tfrac{4}{3} = 36 \quad | \cdot 3 \quad | -108$

$a^3 + 3a^2 + 6a - 104 = 0 \quad$ | Durch Probieren & Polynomdivision findet man…

$\Rightarrow \underline{\underline{a = 8}}$

**19.**

a) (1) Obere Parabel:

$f(x) = ax^2 + bx + c$

$f'(x) = 2ax + b$

(2) Aus Eigenschaften Gleichungen aufstellen

• Maximum bei (0|5)

$f'(0) = 0 \Rightarrow 2a \cdot 0 + b = 0 \Rightarrow \boxed{b=0}$

$P(0|5) \Rightarrow f(0) = 5 \Rightarrow a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 5 \Rightarrow c = 5$

• Nullstelle bei (6|0)

$P(6|0) \Rightarrow f(6) = 0 \Rightarrow a \cdot 6^2 + 5 = 0$

$\Rightarrow \boxed{a = -\frac{5}{36}}$

(3) Funktionsgleichung angeben

$f(x) = -\frac{5}{36} \cdot x^2 + 5$

(1) Untere Parabel:

$g(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

$g'(x) = 2ax + b$

(2) Aus Eigenschaften Gleichungen aufstellen

• Minimum bei (0|-4):

$g'(0) = 0 \Rightarrow 2 \cdot a \cdot 0 + b = 0 \Rightarrow \boxed{b=0}$

$P(0|-4) \Rightarrow g(0) = -4 \Rightarrow a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = -4 \Rightarrow \boxed{c=-4}$

• Nullstelle bei (6|0)

$P(6|0) \Rightarrow g(6) = 0 \Rightarrow a \cdot 6^2 - 4 = 0$

$\Rightarrow a = \frac{1}{9}$

(3) Funktionsgleichung angeben

$g(x) = \frac{1}{9} x^2 - 4$

b) $A = \int_{-6}^{6} (f(x) - g(x))\,dx = \int_{-6}^{6} \left(-\frac{1}{4} x^2 + 9\right) dx = \left[-\frac{1}{12} x^3 + 9x\right]_{-6}^{6} = \underline{\underline{72}}\ m^2$

**22. Campinganlage**

a) (1) $g(x)$

$g(x) = ax^2 + bx + c$

$g'(x) = 2ax + b$

(2) Aus Eigenschaften Gleichungen aufstellen

• Maximum bei (0|5)

$g'(0) = 0 \Rightarrow 2 \cdot a \cdot 0 + b = 0 \Rightarrow \boxed{b=0}$

$P(0|5) \Rightarrow g(0) = 5 \Rightarrow a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 5 \Rightarrow \boxed{c=5}$

• Punkt P(4|1)

$P(4|1) \Rightarrow g(4) = 1 \Rightarrow a \cdot 4^2 + 5 = 1$

$\Rightarrow \boxed{a = -\frac{1}{4}}$

(3) Funktionsgleichung angeben

$g(x) = -\frac{1}{4} \cdot x^2 + 5$

(1) $h(x)$

$h(x) = m \cdot x + b$

(2) m & b aus Eigenschaften des Graphen bestimmen

P(2|0) und Q(4|1) liegen auf h

$\Rightarrow m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1-0}{4-2} = \frac{1}{2}$

$P(2|0) \Rightarrow h(2) = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 2 + b = 0 \Rightarrow b = -1$

(3) Funktionsgleichung angeben

$h(x) = \frac{1}{2} x - 1$





**22. b)**

Da das Grundstück symmetrisch zur y-Achse ist, wird zunächst die Fläche im 1. Quadranten berechnet:

(1) Flächeninhalt von x=0 bis x=2:

$$A_{0,2} = \int_0^2 (g(x) - f(x))\,dx = \int_0^2 \left(+\frac{1}{4} x^4 - \frac{5}{4} x^2 + 5\right) dx = \left[+\frac{1}{20} x^5 - \frac{5}{12} x^3 + 5x\right]_0^2 = \frac{124}{15}$$

(2) Flächeninhalt von x=2 bis x=4:

$$A_{2,3} = \int_2^4 (g(x) - h(x))\,dx = \int_2^4 \left(-\frac{1}{4} x^2 - \frac{1}{2} x + 6\right) dx = \left[-\frac{1}{12} x^3 - \frac{1}{4} x^2 + 6x\right]_2^4 = \frac{13}{3}$$

(3) Gesamtfläche

Um die Fläche im 2. Quadranten zu berücksichtigen

$$A_{ges} = (A_{0,2} + A_{2,3}) \cdot 2 = \frac{126}{5} = 25{,}2 \text{ FE}$$

→ Da 1LE = 100m ist 1FE = 100m · 100m = 10000 $m^2$

$\Rightarrow A_{ges} = 25{,}2 \cdot 10000\, m^2 = 252000\, m^2$

c) (1) Funktion:

$n(x) = ax^2 + bx + c \quad n'(x) = 2ax + b$

(2) Informationen aus Aufg.stellung:

$B(0|2) \Rightarrow n(0) = 2 \Rightarrow a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 2 \Rightarrow \boxed{c=2}$

↳ Maximum bei x=0, wg. Symmetrie:

$n'(0) = 0 \Rightarrow 2 \cdot a \cdot 0 + b = 0 \Rightarrow \boxed{b=0}$

$C(3|0{,}5) \Rightarrow n(3) = 0{,}5 \Rightarrow a \cdot 3^2 + b \cdot 3 + c = 0{,}5$

$\Rightarrow a \cdot 3^2 + 2 = 0{,}5$

$\Rightarrow \boxed{a = -\frac{1}{6}}$

(3) Funktionsgleichung angeben:

$n(x) = -\frac{1}{6} \cdot x^2 + 2$

(4) Berechnung des Flächeninhalts: (erneut unter Nutzung der Symmetrie)

$$A_{ges} = 2 \cdot \left(\int_0^3 (g(x) - n(x))\,dx + \int_3^4 (g(x) - h(x))\,dx\right)$$

$$= 2 \cdot \left(\int_0^3 \left(-\frac{1}{12} x^2 + 3\right) dx + \int_3^4 \left(-\frac{1}{4} x^2 - \frac{1}{2} x + 6\right) dx\right) = 2 \cdot \left(\left[-\frac{1}{36} x^3 + 3x\right]_0^3 + \left[-\frac{1}{12} x^3 - \frac{1}{4} x^2 + 6x\right]_3^4\right)$$

$$= 2 \cdot \left(\frac{33}{4} + \frac{7}{6}\right) = \frac{113}{6} \text{ FE} = \frac{565000}{3}\, m^2 \approx 188\,333{,}3\, m^2$$

(5) Berechnung Anzahl Parzellen:

$Anz = \frac{A_{ges}}{100\, m^2} = 1883 \Rightarrow$ 1883 Parzellen sind möglich.