14. $f(x) = \frac{3}{100} \cdot \left(-\frac{1}{3}x^3 + 5x^2\right) = -\frac{1}{100} \cdot x^3 + \frac{3}{20} \cdot x^2$

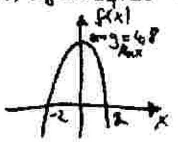
$$A = 2 \cdot \left| \int_0^{10} \left(-\frac{1}{100} \cdot x^3 + \frac{3}{20} \cdot x^2\right) dx \right| = 2 \cdot \left| \left[-\frac{1}{400} \cdot x^4 + \frac{1}{20} x^3\right]_0^{10} \right| = \underline{\underline{50\,m^2}}$$

---

15. Fläche Rechteck: $A_\square = 10\,m \cdot (2+4+2)\,m = 80\,m^2$

→ Davon muss die Fläche der Parabel abgezogen werden. (= quadr. Funktion)

(1) Eigenschaften der Parabel



- Das Koordinatensystem wird so gewählt, dass die Funktionsgleichung möglichst einfach bestimmt werden kann.
- Abgelesene Eigenschaften:
  → Nullstellen: $x_1 = -2$; $x_2 = 2$
  → Maximum: $P(0|4,8)$

$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

$f'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$

(2) Gleichungssystem aufstellen:

$P(0|4,8) \rightarrow f(0) = 4,8 \Rightarrow a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 4,8 \Rightarrow \boxed{c = 4,8}$

$x_{Max} = 0 \rightarrow f'(0) = 0 \Rightarrow 2 \cdot a \cdot 0 + b = 0 \Rightarrow \boxed{b = 0}$

$P(2|0) \rightarrow f(2) = 0 \Rightarrow a \cdot 2^2 + 4,8 = 0 \Rightarrow 4a = -4,8 \;|:4$ $\boxed{a = -1,2}$

(3) Funktionsgleichung:

$f(x) = -1,2 \cdot x^2 + 4,8$

(4) Berechnung der mit der x-Achse eingeschlossenen Fläche:

$$A_1 = \int_{-2}^{2} (-1,2\,x^2 + 4,8)\,dx = \left[-0,4\,x^3 + 4,8 \cdot x\right]_{-2}^{2} = \underline{\underline{12,8\,m^2}}$$

→ Berechnung der zu streichenden Fläche:

$$A_{ges} = A_\square - A_1 = 80\,m^2 - 12,8\,m^2 = \underline{\underline{67,2\,m^2}}$$

→ Berechnung des Preises:

$$\text{Kosten} = A_{ges} \cdot 25\,€ = \underline{\underline{1680\,€}}$$

17. $f(x) = -\frac{1}{800} \cdot (x^3 - 33x^2 + 120x - 400) = -\frac{1}{800} \cdot x^3 + \frac{33}{800} \cdot x^2 - \frac{3}{20} x + \frac{1}{2}$

a) Geprüft werden muss, ob die Funktion die folgenden Eigenschaften erfüllt:

(1) $P(2|0,355)$

$\Rightarrow f(2) \overset{?}{=} 0,355$

Einsetzen von 2 in f(x) ergibt: $f(2) = \frac{71}{200} = 0,355$ ✓

(2) $P(25|3)$

$\Rightarrow f(25) \overset{?}{=} 3$

$\Rightarrow$ Einsetzen: $f(25) = 3$ ✓

(3) Maximum bei $x = 20$? $\Rightarrow f'(20) \overset{?}{=} 0$

$f'(x) = -\frac{3}{800} x^2 + \frac{33}{400} x - \frac{3}{20}$

$\Rightarrow$ Einsetzen von 20 ergibt: $f'(20) = 0$ ✓

(4) $P(20|4)$

$\Rightarrow f(20) \overset{?}{=} 4$

$\Rightarrow$ Einsetzen: $f(20) = 4$ ✓

b)
$$A = \int_2^{25} f(x)\,dx = \left[-\frac{1}{3200} x^4 + \frac{11}{800} x^3 - \frac{3}{40} \cdot x^2 + \frac{1}{2} x\right]_2^{25} = \frac{184299}{3200} \approx 57,59\,m^2$$

$\Rightarrow$ Die Bedingung ist erfüllt.

18.

a) (1) Funktion & Ableitungen

$f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$

$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

$f''(x) = 6ax + 2b$

(2) Gleichungssystem aufstellen

$P(0|6) \Rightarrow f(0) = 6 \Rightarrow a \cdot 0^3 + b \cdot 0^2 + c \cdot 0 + d = 6 \Rightarrow \boxed{d = 6}$

Wendep. an $x=2 \Rightarrow f''(2) = 0 \Rightarrow 6 \cdot a \cdot 2 + 2b = 0 \Rightarrow 12a + 2b = 0$

Sattel an $x=2 \Rightarrow f'(2) = 0 \Rightarrow 3a \cdot 2^2 + 2b \cdot 2 + c = 0 \Rightarrow 12a + 4b + c = 0$

$P(2|3) \Rightarrow f(2) = 3 \Rightarrow a \cdot 2^3 + b \cdot 2^2 + c \cdot 2 + 6 = 3 \;|-3 \Rightarrow 8a + 4b + 2c + 3 = 0$

(3) Lösung des Gleichungssystems ergibt:

$a = -\frac{3}{8}$ $\quad b = \frac{9}{4}$ $\quad c = -\frac{9}{2}$ $\quad d = 6$

(4) Funktionsgleichung aufschreiben:

$f(x) = -\frac{3}{8} \cdot x^3 + \frac{9}{4} \cdot x^2 - \frac{9}{2} \cdot x + 6$

18. Fortsetzung

b) $A = \int_0^4 f(x)\,dx = \left[-\frac{3}{32}\cdot x^4 + \frac{3}{4}\cdot x^3 - \frac{9}{4}\cdot x^2 + 6\cdot x\right]_0^4 = \underline{\underline{12}}\,km^2$

20.

a) (1) Eigenschaften der Parabel

- $P(0|2)$, $P(10|2)$, $P(5|1)$
- Minimum bei $x_{Min} = 5$

$f(x) = a\cdot x^2 + b\cdot x + c$

$f'(x) = 2ax + b$

(2) Gleichungssystem aufstellen:

$P(0|2) \Rightarrow f(0) = 2 \Rightarrow a\cdot 0^2 + b\cdot 0 + c = 2 \Rightarrow \boxed{c=2}$

$x_{Min} = 5 \Rightarrow f'(5) = 0 \Rightarrow 2\cdot a\cdot 5 + b = 0 \Rightarrow 10a + b = 0$

$P(5|1) \Rightarrow f(5) = 1 \Rightarrow a\cdot 5^2 + b\cdot 5 + 2 = 1 \Rightarrow 25a + 5b + 2 = 0$

(3) Lösung des Gleichungssystems ergibt:

$a = \frac{1}{25}$ $b = -\frac{2}{5}$ $\Rightarrow \boxed{f(x) = \frac{1}{25}\cdot x^2 - \frac{2}{5}\cdot x + 2}$

b) $f(1) = 1{,}64$ $f(2) = 1{,}36$ $f(3) = 1{,}16$ $f(4) = 1{,}04$ $f(6) = 1{,}04$ $f(7) = 1{,}16$

$f(8) = 1{,}36$ $f(9) = 1{,}64$

Die y-Werte entsprechen der Länge der Trgseite in Meter.

c) $A_{Circus} = A_{Spree} = \int_1^2 f(x)\,dx = \left[\frac{1}{75}x^3 - \frac{1}{5}x^2 + 2\cdot x\right]_1^2 = \frac{112}{75}\cdot 100\,m^2 \approx \underline{149{,}33\,m^2}$

$A_{UHU} = A_{HANSA} = \int_3^4 f(x)\,dx = \left[\frac{1}{75}x^3 - \frac{1}{5}x^2 + 2x\right]_3^4 = \frac{82}{75}\cdot 100\,m^2 \approx \underline{\underline{109{,}33\,m^2}}$