

U1 Ma Lösungen zu Cornelsen 2.46/6/ +

6. (1) Funktionsgleichungen & Ableitungen

$$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

$$f'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$$

(2) Eigenschaften \rightarrow Gleichungssystem:

$$P(1|0) \Rightarrow f(1) = 0 \Rightarrow a + b + c = 0$$

$$\text{Max bei } x=0 \Rightarrow f'(0) = 0 \Rightarrow 2a \cdot 0 + b = 0 \Rightarrow \boxed{b=0}$$

Nullf. $\rightarrow \int_0^1 (a \cdot x^2 + c) dx = \left[\frac{1}{3} a \cdot x^3 + c \cdot x \right]_0^1 = \frac{1}{3} a + c \stackrel{!}{=} 1 \Rightarrow \frac{1}{3} a + c = 1$

(3) Gleichungssystem lösen

$$\text{I: } a + c = 0$$

$$\text{II: } \frac{1}{3} a + c = 1 \quad | -I$$

$$\left. \begin{array}{l} a + c = 0 \Rightarrow \boxed{c = -\frac{3}{2}} \\ -\frac{2}{3} a = 1 \quad | \cdot (-\frac{3}{2}) \Rightarrow \boxed{a = -\frac{3}{2}} \end{array} \right\}$$

(4) Funktion angeben:

$$f(x) = -\frac{3}{2} x^2 + \frac{3}{2}$$

7. (1) Funktionsgleichungen & Ableitungen

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$f'(x) = 2ax + b$$

(2) Eigenschaften \rightarrow Gleichungssystem:

$$P(0|-1) \Rightarrow f(0) = -1 \Rightarrow a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = -1 \Rightarrow \boxed{c = -1}$$

$$\text{Min bei } x=4 \Rightarrow f'(4) = 0 \Rightarrow 2 \cdot a \cdot 4 + b = 0 \Rightarrow 8a + b = 0$$

mit Vorzeichen, da Fläche unter x-Achse

$$\int_0^4 (ax^2 + bx - 1) dx = \left[\frac{1}{3} ax^3 + \frac{1}{2} bx^2 - 1 \cdot x \right]_0^4 = \frac{1}{3} a + \frac{1}{2} b - 1 \stackrel{!}{=} -12$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} a + \frac{1}{2} b = -11$$

(3) Gleichungssystem lösen

$$\text{I: } 8a + b = 0$$

$$\text{II: } \frac{1}{3} a + \frac{1}{2} b = -11 \quad | +I \cdot (-\frac{1}{8})$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{I: } 8a + b = 0 \Rightarrow \boxed{b = -24} \\ \text{II: } -\frac{11}{3} a + 0 = -11 \quad | \cdot (-\frac{3}{11}) \Rightarrow \boxed{a = 3} \end{array} \right\}$$

(4) Funktion angeben

$$f(x) = 3 \cdot x^2 - 24 \cdot x - 1$$

U1 Ma Lösungen zu Cornelsen 2.40/x

8. (1) Funktionsgleichungen & Ableitung

$$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

$$f'(x) = a \cdot 2x + b$$

(2) Eigenschaften \rightarrow Gleichungssystem

1) Nullstellen: $x_1 = 0$ und $x_2 = 4$

2) Extrempunkt: $P(\frac{1}{2}|9)$ \leftarrow Der x-Wert ergibt sich aus Symmetriegründen.

3) $A = 36$ im Intervall $I = [0; 4]$

$$\text{zu a): Nullf. } x_1 \Rightarrow f(0) = 0 \Rightarrow a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 0 \Rightarrow \boxed{c = 0}$$

$$\text{Nullf. } x_2 \Rightarrow f(4) = 0 \Rightarrow a \cdot 4^2 + b \cdot 4 = 0$$

$$\text{zu b): } P(\frac{1}{2}|9) \Rightarrow f(\frac{1}{2}) = 9 \Rightarrow a \cdot (\frac{1}{2})^2 + b \cdot (\frac{1}{2}) = 9 \Rightarrow \frac{1}{4} a + \frac{1}{2} b = 9$$

$$\text{Ext. in } x = \frac{1}{2} \Rightarrow f'(\frac{1}{2}) = 0 \Rightarrow a \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} + b = 0 \Rightarrow a + b = 0$$

$$\text{zu c): } \int_0^4 (a \cdot x^2 + b \cdot x) dx = \left[\frac{1}{3} a x^3 + \frac{1}{2} b x^2 \right]_0^4 = \frac{1}{3} a \cdot 4^3 + \frac{1}{2} b \cdot 4^2 \stackrel{!}{=} 36$$

$$\Rightarrow \frac{16}{3} a + 2 b^2 = 36$$

(3) Lösen des Gleichungssystems

$$\text{I: } a \cdot 4^2 + b \cdot 4 = 0$$

$$\text{II: } \frac{1}{4} a + \frac{1}{2} b = 9$$

$$\text{III: } a + b = 0 \Rightarrow \boxed{b = -a}$$

$$\text{IV: } \frac{16}{3} a + 2 b^2 = 36$$

$$\text{I: } a \cdot 4^2 - a \cdot 4^2 = 0 \quad | \text{ fällt weg da immer 0}$$

$$\text{II: } \frac{1}{4} a - \frac{1}{2} a = 9$$

$$\Rightarrow \text{III: } a - a = 0 \quad | \text{ genauso}$$

$$\text{IV: } \frac{1}{3} a - \frac{1}{3} a = 36$$

$$\text{II: } -\frac{1}{4} a = 9 \quad | \cdot (-4): a^2 \quad \leftarrow \text{ Durch } a \text{ darf nur deshalb geteilt werden, weil } a \text{ nicht } 0 \text{ sein kann, da ansonsten } A=0 \text{ wäre, was nicht der Vorgabe entspricht.}$$

$$\text{III: } -\frac{1}{2} a = 36$$

$$\Rightarrow \text{II: } a = \frac{-36}{a^2} \rightarrow \text{Einsetzen in III.}$$

$$\Rightarrow \text{III: } -\frac{1}{2} \cdot \frac{-36}{a^2} \cdot a^2 = 36 \quad | \cdot 2$$

$$6a = 36 \quad | :6$$

$$\boxed{a = 6}$$

$$\Rightarrow \boxed{a = -\frac{36}{a^2} = -1} \Rightarrow \boxed{b = -a \cdot a = -6}$$

(4) Funktion angeben:

$$f(x) = -x^2 - 6x$$