1. Innermathematische Zusammenhänge

a) $f(x)=0 \Rightarrow \underbrace{(3\cdot x-2)}\cdot e^{x}=0$

$3x-2=0 \Rightarrow x_N=\frac{2}{3}$ Nullstelle +3

→ Extrema:

$f'(x)=3\cdot e^{x}+(3x-2)\cdot e^{x}=(3x+1)\cdot e^{x}$ +2

$f''(x)=3\cdot e^{x}+(3x+1)\cdot e^{x}=(3x+4)\cdot e^{x}$ +1

$f'(x)=0 \Rightarrow \underbrace{(3x+1)}\cdot e^{x}=0$

$3x+1=0 \Rightarrow x=-\frac{1}{3}$ Extremstelle +1

$f''(-\frac{1}{3})=(-1+4)\cdot e^{-\frac{1}{3}}>0 \Rightarrow$ Minimum! +1

$y=f(-\frac{1}{3})=(-1-2)\cdot e^{-\frac{1}{3}}\approx -2{,}15 \qquad \Rightarrow P(-\frac{1}{3}|-2{,}15)$ +1

b) $F(x)$ ist eine Stammfunktion von $f(x)$, wenn gilt: $F'(x)\stackrel{!}{=}f(x)$ +1

$F'(x)=3\cdot e^{x}+(3x-5)\cdot e^{x}=(3x-2)\cdot e^{x}$ qed. +1

b2) $A=\int_0^{2/3} f(x)\,dx=\left[F(x)\right]_0^{2/3}=\left(\left(3\cdot\frac{2}{3}-5\right)e^{\frac{2}{3}}\right)-\left(\left(3\cdot 0-5\right)\cdot e^{0}\right)$ +2

$=5-3\cdot e^{2/3}\approx -0{,}843$ FE +1

2. Der Stausee

$f(t)=1{,}6\cdot e^{-\frac{1}{10}t}-1{,}6\cdot e^{-\frac{1}{5}\cdot t}$ $\qquad f'''(x)=-0{,}0016 e^{-\frac{1}{10}t}+0{,}0128\cdot e^{-\frac{1}{5}\cdot t}$

$f'(t)=-0{,}16\cdot e^{-\frac{1}{10}t}+0{,}32\cdot e^{-\frac{1}{5}\cdot t}$ +1

$f''(t)=0{,}016\cdot e^{-\frac{1}{10}t}-0{,}064\cdot e^{-\frac{1}{5}\cdot t}$ +1

a1) → Extrempunkte: $f'(x)=0$

$\Rightarrow -0{,}16\cdot e^{-\frac{1}{10}t}+0{,}32\cdot e^{-\frac{1}{5}t}=0$ | Erweiterte TR-Funktion

$\Rightarrow t\approx 6{,}931$ +2

$f''(6{,}931)=-0{,}008<0 \Rightarrow$ Maximum! +1

$f(6{,}931)=0{,}4 \Rightarrow P_{max}(6{,}931|0{,}4)$ +1

→ Wendepunkte: $f''(x)=0$ +1

$\Rightarrow 0{,}016\cdot e^{-\frac{1}{10}t}+0{,}064\cdot e^{-\frac{1}{5}t}=0$ | Erweiterte TR-Funktion

$\Rightarrow t\approx 13{,}863$ +1

2.a1) (Fortsetzung)

$f'''(13{,}863)\approx 4\cdot 10^{-4}>0 \Rightarrow$ R-L-Wendepunkt +1

$f(13{,}863)\approx 0{,}3 \Rightarrow P_{W}(13{,}863|0{,}3)$ +1

→ Verhalten für $t\to\infty$:

$t\to\infty:\ 1{,}6\cdot \underbrace{e^{-\frac{1}{10}t}}_{\to 0}-1{,}6\cdot \underbrace{e^{-\frac{1}{5}t}}_{\to 0} \Rightarrow \lim_{t\to\infty}(f(t))=0$ +2

a2) → Extrempunkt:

Der Zustrom an Wasser ist nach 6,91 Std. am größten. +1,5

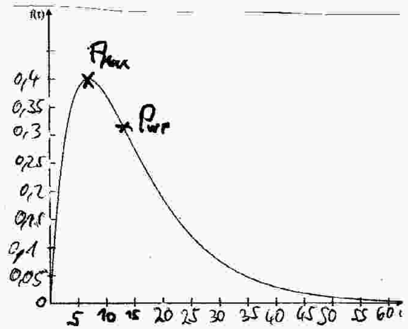
→ Wendepunkt:

Der Zustrom an Wasser nimmt hier am stärksten ab. +1,5

→ Verhalten für $t\to\infty$:

Der Zustrom an Wasser nimmt immer weiter ab, bis nach längerer Zeit fast kein Wasser mehr in den Stausee hineinfließt. +1,5

b)



+3,5

c) Der maximale Zustrom an Wasser beträgt bei P_{max} 0,4 Mio. Kubikmeter pro Stunde. Damit ist der Zulaufkanal nicht nach dem Wolkenbruch überlastet. +2

2. (Fortsetzung)

d.1) $F(x) = -16 \cdot e^{-\frac{1}{10} \cdot t} + 8 \cdot e^{-\frac{1}{5} \cdot t}$ +2

$$\int_5^{20} f(t)\,dt = \left[-16 \cdot e^{-\frac{1}{10} \cdot t} + 8 \cdot e^{-\frac{1}{5} \cdot t}\right]_5^{20}$$ +1

$$= -16 \cdot e^{-2} + 8 \cdot e^{-4} - \left(-16 \cdot e^{-\frac{1}{2}} + 8 \cdot e^{-1}\right)$$ +1

$$\approx \underline{\underline{4{,}743}}\ \text{FE}$$ +1

d.2) Im Zeitraum von Stunde 5 bis Stunde 20 nach dem Wolkenbruch fließen 4,743 Mio. Kubikmeter Wasser in den Stausee. +1,5

3. Die Skischanze

$f(x) = 30 \cdot e^{-\frac{x}{12}}$ $\quad f'(x) = -\frac{5}{2} \cdot e^{-\frac{x}{12}}$ $\quad f''(x) = \frac{5}{24} \cdot e^{-\frac{x}{12}}$ +1

a) Die Tangente geht durch den Punkt $P(38 \mid f(38))$ und hat die Steigung $m = f'(38)$.

$f(38) \approx 1{,}264$ $\quad m = f'(38) = -0{,}105$ +2

$\Rightarrow g(x) = -0{,}105 \cdot x + b$

$P(38 \mid 1{,}264) \Rightarrow g(38) = 1{,}264 \Rightarrow -0{,}105 \cdot 38 + b = 1{,}264 \quad \mid +0{,}105 \cdot 38$

$\Rightarrow b = 5{,}254$ +3

$\Rightarrow \boxed{g(x) = -0{,}105 \cdot x + 5{,}254}$ +0,5

b) $\tan(\alpha) = f'(38) \Rightarrow \arctan(f'(38)) = \arctan(-0{,}105) \approx \underline{-6^\circ}$ +2

Σ 51

Notenschlüssel:

Note	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
min. %	0	20	27	34	41	46	51	56	61	66	71	76	81	86	91	96
min. Pkt.	0	10,5	14	17,5	21	23,5	26	28,5	31,5	34	36,5	39	41,5	44	46,5	49