1.

a) $\begin{pmatrix}x\\y\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\-3\\-1\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}3\\0\\2\end{pmatrix}\begin{matrix}\Rightarrow x=7/2\\\Rightarrow y=-3\\\Rightarrow t=1/2\end{matrix}$ $P(\frac{7}{2}|-3|0)$ D3

b) $\begin{pmatrix}x\\0\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\-3\\-1\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}3\\0\\2\end{pmatrix}\Rightarrow$ Bestimmung nicht möglich, da $0\neq-3+t\cdot0$ D2

c) $\begin{pmatrix}x\\0\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\-3\\-1\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}3\\0\\2\end{pmatrix}\Rightarrow$ Bestimmung nicht möglich, da $0\neq-3+t\cdot0$ D2

2.

a) $h:\ \vec{x}=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}+t_2\begin{pmatrix}3\\2\\-5\end{pmatrix}$ D2

b) $h:\ \vec{x}=\begin{pmatrix}5\\-2\\-4\end{pmatrix}+t_2\cdot\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$ D3

3.

Schnittpunktnachweis:

→ Es handelt sich bei S dann um einen Schnittpunkt, wenn der Punkt auf beiden Geraden liegt.

$g:\ \begin{pmatrix}4\\4\\-1\end{pmatrix}\stackrel{?}{=}\begin{pmatrix}2\\1\\0\end{pmatrix}+t_1\cdot\begin{pmatrix}2\\3\\-1\end{pmatrix}\Rightarrow$ Gleichungssystem für $t_1=1$ erfüllt.

$h:\ \begin{pmatrix}4\\4\\-1\end{pmatrix}\stackrel{?}{=}\begin{pmatrix}0\\-2\\1\end{pmatrix}+t_2\cdot\begin{pmatrix}-2\\-3\\1\end{pmatrix}\Rightarrow$ Gleichungssystem für $t_2=-2$ erfüllt. D4

Bestimmung des Winkels:

$\cos(\gamma)=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}$ mit $\vec{a}=\begin{pmatrix}2\\3\\-1\end{pmatrix}$ und $\vec{b}=\begin{pmatrix}-2\\-3\\1\end{pmatrix}$

$\Rightarrow\cos(\gamma)=\frac{-4-9-1}{\sqrt{4+9+1}\cdot\sqrt{4+9+1}}=\frac{-14}{14}=-1\Rightarrow\gamma=180°$

→ Alternativ:

Es ist $\begin{pmatrix}2\\3\\-1\end{pmatrix}=(-1)\cdot\begin{pmatrix}-2\\-3\\1\end{pmatrix}\Rightarrow$ Die Vektoren sind entgegengesetzt gerichtet, der Winkel zwischen ihnen beträgt somit 180° D2

3. Bestimmung einer Parametergleichung

Die Richtungsvektoren beider Geraden sind kollinear und die Geraden sind identisch. Daher wird ein weiterer Vektor benötigt, der nicht kollinear zu den Richtungsvektoren der Geraden ist.

$E:\ \vec{x}=\begin{pmatrix}4\\4\\-1\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}2\\3\\-1\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$ Z2

4.

a) Der Stützvektor der Geraden entspricht dem Ortsvektor des obersten Punktes C der Rankhilfe. Der Richtungsvektor entspricht der Richtung des Lichtes. Somit entspricht ein Teil der Geraden der Strecke, entlang der der Schatten des Punktes C fällt. D3

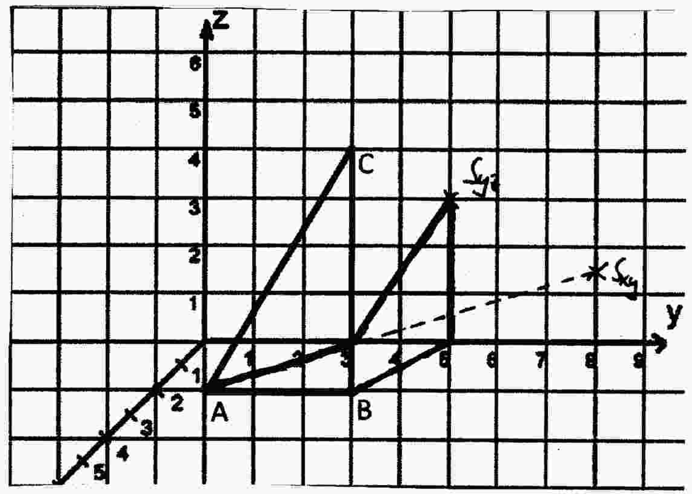
b) S_{yz}:

$\begin{pmatrix}0\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\4\\5\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}-2\\1\\-2\end{pmatrix}\begin{matrix}\Rightarrow t=1\\\Rightarrow y=5\\\Rightarrow z=3\end{matrix}\Big\}S_{yz}(0|5|3)$

S_{xy}:

$\begin{pmatrix}x\\y\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\4\\5\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}-2\\1\\-2\end{pmatrix}\begin{matrix}\Rightarrow x=-3\\\Rightarrow y=6{,}5\\\Rightarrow t=2{,}5\end{matrix}\Big\}S_{xy}(-3|6{,}5|0)$ D4

c)



Z4

5.

a) $|\vec{AB}| = \sqrt{20{,}5^2+0^2+0^2} = 20{,}5$ $\quad |\vec{CD}| = \sqrt{20{,}5^2+0^2+0^2} = 20{,}5$

$|\vec{BC}| = \sqrt{0^2+11^2+0^2} = 11$ $\quad |\vec{DA}| = \sqrt{0^2+11^2+0^2} = 11$

⇒ Gegenüberliegende Seiten sind gleich lang. Damit handelt es sich um ein Parallelogramm.

$\vec{AB}\cdot\vec{BC} = \begin{pmatrix}20{,}5\\0\\0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0\\11\\0\end{pmatrix} = 0$ ⇒ Das Parallelogramm hat rechtwinklige Innenwinkel und ist somit ein Rechteck. Z4

Flächeninhalt: $20{,}5\,m \cdot 11{,}0\,m = 225{,}50\,m^2$

b) Parameterform:

$E: \vec{x} = \vec{a} + r\cdot\vec{b} + s\cdot\vec{c}$ mit $\vec{a} = \vec{OC}$, $\vec{b} = \vec{CE}$ und $\vec{c} = \vec{CF}$

$E: \vec{x} = \begin{pmatrix}20{,}5\\5{,}5\\0\end{pmatrix} + r\cdot\begin{pmatrix}3-20{,}5\\5{,}5-5{,}5\\3{,}5-0\end{pmatrix} + s\cdot\begin{pmatrix}5{,}5-20{,}5\\3{,}5-5{,}5\\3-0\end{pmatrix}$

$\vec{x} = \begin{pmatrix}20{,}5\\5{,}5\\0\end{pmatrix} + r\cdot\begin{pmatrix}-17{,}5\\0\\3{,}5\end{pmatrix} + s\cdot\begin{pmatrix}-15\\-2\\3\end{pmatrix}$ D4

Normalenform:

- Stützvektor: $\vec{a} = \begin{pmatrix}20{,}5\\5{,}5\\0\end{pmatrix}$
- Normalenvektor: $\vec{n} = \begin{pmatrix}n_x\\n_y\\n_z\end{pmatrix}$

I.: $\begin{pmatrix}-17{,}5\\0\\3{,}5\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}n_x\\n_y\\n_z\end{pmatrix} = 0 \Rightarrow -17{,}5\cdot n_x + 3{,}5\cdot n_z = 0$

II.: $\begin{pmatrix}-15\\-2\\3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}n_x\\n_y\\n_z\end{pmatrix} = 0 \Rightarrow -15\,n_x - 2n_y + 3n_z = 0$

$n_x := 1$

I.: $\Rightarrow n_z = 5n_x = 5$

II.: $\Rightarrow -15 - 2n_y + 15 = 0 \Rightarrow n_y = 0$

$\Rightarrow \vec{n} = \begin{pmatrix}1\\0\\5\end{pmatrix}$

QMa Vergleichsklausur: ERWARTUNGSHORIZONT am 12.06.15

$\Rightarrow E: \left(\vec{x} - \begin{pmatrix}20{,}5\\5{,}5\\0\end{pmatrix}\right)\cdot\begin{pmatrix}1\\0\\5\end{pmatrix} = 0$ alternativ: $\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\0\\5\end{pmatrix} = 20{,}5$ D6

Punktprobe:

$\left(\begin{pmatrix}11{,}75\\2{,}25\\1{,}75\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}20{,}5\\5{,}5\\0\end{pmatrix}\right)\cdot\begin{pmatrix}1\\0\\5\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-8{,}75\\-3{,}25\\1{,}75\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\0\\5\end{pmatrix} = -8{,}75\cdot 1 + 1{,}75\cdot 5 = 0$

⇒ Der Punkt H liegt auf der Ebene. D3

c) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix}10{,}25\\5{,}5\\0\end{pmatrix} + r\cdot\begin{pmatrix}3-20{,}5\\5{,}5-5{,}5\\3{,}5-0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}10{,}25\\5{,}5\\0\end{pmatrix} + r\cdot\begin{pmatrix}-17{,}5\\0\\3{,}5\end{pmatrix}$ Z2

Bestimmung von K: h sei die Gerade, die D und E enthält.

$h: \vec{x} = \begin{pmatrix}0\\5{,}5\\0\end{pmatrix} + s\cdot\begin{pmatrix}3\\0\\3{,}5\end{pmatrix}$

→ Schnittpunkt von h und g ist gesuchte Punkt K

$\begin{pmatrix}10{,}25\\5{,}5\\0\end{pmatrix} + r\cdot\begin{pmatrix}-17{,}5\\0\\3{,}5\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\5{,}5\\0\end{pmatrix} + s\cdot\begin{pmatrix}3\\0\\3{,}5\end{pmatrix}$ I II III

I.: $-17{,}5r - 3s = -10{,}25$

II.: $0 = 0$

III.: $3{,}5r - 3{,}5s = 0 \quad \Rightarrow r = s$

I.: $\Rightarrow -17{,}5s - 3s = 10{,}25 \Rightarrow s = 0{,}5 \Rightarrow r = 0{,}5$

$\begin{pmatrix}k_x\\k_y\\k_z\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\5{,}5\\0\end{pmatrix} + 0{,}5\cdot\begin{pmatrix}3\\0\\3{,}5\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1{,}5\\5{,}5\\1{,}75\end{pmatrix}$

$\Rightarrow K(1{,}5\,|\,5{,}5\,|\,1{,}75)$ E7

5. d)

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OF} + \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{FG} = \begin{pmatrix} 5,5 \\ 3,5 \\ 3 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ -0,75 \\ 1,25 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 3,125 \\ 3,625 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow M(9 \mid 3,125 \mid 3,625)$

Richtung der Masten: $\vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$ Σ3

Note	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
min. %	0	20	27	34	41	46	51	56	61	66	71	76	81	86	91	96
min. Pkt	0	12	16,5	20,5	25	28	31	34	37	40	43	46	49	52	55	58

Σ60