

1] Flächen berechnen

(1) Nullstellen finden

$$\left. \begin{aligned} 0 &= \frac{1}{2}x^2 - 3x + 4 \quad | \cdot 2 \\ 0 &= x^2 - 6x + 8 \quad | \text{PQ} \\ x_{1,2} &= \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8}}{2 \cdot 1} \end{aligned} \right\} \Rightarrow x_1 = 2 \text{ und } x_2 = 4$$

(2) Gesamtfläche im Intervall $[1, 4]$ berechnen:

$$A_{\text{Ges}} = \left| \int_1^2 f(x) dx \right| + \left| \int_2^4 f(x) dx \right| = \left| \left[\frac{1}{6}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 4x \right]_1^2 \right| + \left| \left[\frac{1}{6}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 4x \right]_2^4 \right|$$

$$= \left| \frac{2}{3} \right| + \left| -\frac{2}{3} \right| = \frac{4}{3}$$

D1

D1

2] Parameteraufgaben

a) $\int_0^3 f(x) dx = \left[\frac{1}{4}a \cdot x^4 - 2ax \right]_0^3 = \frac{1}{4}a \cdot 3^4 - 2 \cdot a \cdot 3 = \frac{57}{4}a$

$$\frac{57}{4}a \stackrel{!}{=} 57 \Rightarrow a = 4$$

D3

b) $\int_0^9 \frac{1}{2}x^2 dx = \left[\frac{1}{6}x^3 \right]_0^9 = \frac{1}{6}9^3 - 0 = \frac{1}{6}9^3 \Rightarrow \frac{1}{6}9^3 \stackrel{!}{=} 36 \cdot 6$

$$\Rightarrow 9^3 = 216 \quad | \sqrt[3]{} \Rightarrow a = 6$$

D2

c) $f(x) = -a \cdot x^3 + 6 \cdot x^2$

(i) Nullstellen finden

$$0 = -a \cdot x^3 + 6 \cdot x^2 \quad | x^2 \text{ vorklammern}$$

$$0 = x^2 \cdot (-ax + 6)$$

$$x_1 = 0 \quad -ax + 6 = 0 \quad | -6 |$$

$$x_2 = \frac{6}{a}$$

(2) Der Flächeninhalt zwischen 0 und $\frac{6}{a}$ muss 32 betragen.

$$\int_0^{\frac{6}{a}} (-ax^3 + 6x^2) dx = \left[-\frac{1}{4}a \cdot x^4 + 2x^3 \right]_0^{\frac{6}{a}} = -\frac{1}{4}a \cdot \left(\frac{6}{a}\right)^4 + 2 \cdot \left(\frac{6}{a}\right)^3 - 0$$

$$= \frac{108}{a^3}$$

$$\Rightarrow \frac{108}{a^3} \stackrel{!}{=} 32 \quad | \cdot a^3 | : 32$$

$$\frac{27}{8} = a^3 \quad | \sqrt[3]{}$$

$$\Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

E4

↑

3] Flugzeugflügel konstruieren

(1) Funktion und ihre Ableitungen & Aufleitungen

$$f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$$

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

$$f''(x) = 6ax + b$$

$$F(x) = \frac{3}{4}ax^4 + \frac{2}{3}bx^3 + \frac{1}{2}cx^2 + dx + C$$

(2) Gleichungssystem aufstellen

$$f(0) = 0 \Rightarrow f(0) = 0 \Rightarrow a \cdot 0^3 + b \cdot 0^2 + c \cdot 0 + d = 0 \Rightarrow d = 0$$

$$f'(0) = 0 \Rightarrow 6a \cdot 0 + 2b = 0 \Rightarrow b = 0$$

$$f(2) = 0 \Rightarrow f(2) = 0 \Rightarrow a \cdot 2^3 + c \cdot 2 = 0 \Rightarrow 8a + 2c = 0$$

$$\int_0^2 f(x) dx \stackrel{!}{=} 8 \Rightarrow \left[\frac{3}{4}ax^4 + \frac{1}{2}cx^2 \right]_0^2 \stackrel{!}{=} 8 \Rightarrow \frac{3}{4}a \cdot 2^4 + \frac{1}{2}c \cdot 2^2 \stackrel{!}{=} 8$$

$$\Rightarrow 6a + 2c = 8$$

(3) Gleichungssystem lösen \rightarrow mit TR

$$a = -2, \quad c = 8$$

(4) Funktionsgleichung angeben

$$f(x) = -2x^3 + 8x$$

D4

Z3,5

4] Das Kirchenfenster

(1) Aufstellen der Funktionsgleichung

\rightarrow Der Ursprung des Koordinatensystems wird auf die Mitte der Grundlinie gelegt.

(i) Funktion & ihre Ableitungen

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$f'(x) = 2ax + b$$

(ii) Gleichungen aus Aufgabenstellung herons aufstellen:

• Maximum bei (0|3):

$$\Rightarrow f'(0) = 0 \Rightarrow 2 \cdot a \cdot 0 + b = 0 \Rightarrow b = 0$$

$$\Rightarrow f(0) = 9 \Rightarrow a \cdot 0^2 + c = 9 \Rightarrow c = 9$$

• Nullstelle bei $x = 2$

$$\Rightarrow f(2) = 0 \Rightarrow a \cdot 2^2 + 9 = 0 \quad | -9 | : 4 \Rightarrow a = -\frac{9}{4}$$

(iii) Funktion angeben

$$f(x) = -\frac{9}{4}x^2 + 9$$

D3

6

4. Fortsetzung

(2) Berechnung der Fläche

$$\int_{-2}^2 f(x) dx = \left[-\frac{3}{4}x^3 + 9x \right]_{-2}^2 = \underline{\underline{24 m^2}}$$

(3) Berechnung der Kosten

$$\text{Kosten} = 24 m^2 \cdot 250 \frac{\text{€}}{m^2} = 6000 \text{ €}$$

Z.3

5. Die Metzger-Schel

(1) Schnittstellen berechnen: $f(x) = g(x)$

$$-\frac{1}{2}x^2 + 8 = -\frac{1}{6}x^2 + 5 \quad | +\frac{1}{6}x^2 - 5$$

$$-\frac{1}{3}x^2 + 3 = 0 \quad | \cdot (-3) \quad | \sqrt{\quad}$$

$$\Rightarrow x_1 = 3 \quad x_2 = -3$$

D2

(2) Berechnung der eingeschlossenen Fläche

$$\int_{-3}^3 (f(x) - g(x)) dx = \int_{-3}^3 \left(-\frac{1}{3}x^2 + 3 \right) dx = \left[-\frac{1}{9}x^3 + 3x \right]_{-3}^3 = \underline{\underline{12 FE}}$$

D2

Notenschlüssel

Note	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Max	0	20	27	34	41	46	51	56	61	66	71	76	81	86	91	96
Min	0	6	8	10	12,5	14	15	16,5	18	19,5	21	23,5	24	25,5	27,5	28,5

$$D \ 13 \ 63,5\%$$

$$Z \ 5,5 \ 18,5\%$$

$$E \ 5 \ 18\%$$

$$\underline{\underline{\Sigma \ 29,5}}$$