E Ma Lösungen zum Übungsblatt „Steckbriefaufgaben – die Anwendungen" 14.06.13

B) Garageneinfahrt

$f(x)=ax^3+bx^2+cx+d \quad f'(x)=3ax^2+2bx+c \quad f''(x)=6ax+2b$

Aus der Abbildung lässt sich ablesen:

$P(0|0)$, $f'(0)=0 \quad Q(9,2|1,4)$, $f'(9,2)=0$

Bedingungen	Gleichungen	Lösungen
$P(0\|0)$	$d=0$	$a=-0{,}0036$
$f'(0)=0$	$c=0$	$b=0{,}0496$
$Q(9,2\|1,4)$	$778{,}688\cdot a+84{,}64\,b=1{,}4$	$c=0$
$f'(9,2)=0$	$253{,}92\cdot a+18{,}4b=0$	$d=0$

$\Rightarrow \boxed{f(x)=-0{,}0036x^3+0{,}0496x^2}$

11. „Ganzrationale Renovierung" der Wasserrutsche

Vorschlag A: $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d \quad f'(x)=3ax^2+2bx+c \quad f''(x)=6ax+2b$

Bedingungen	Gleichungen	Lösungen
$C(0\|2)$	$d=2$	$a=\frac{1}{16}$
$f'(0)=0$	$c=0$	$b=-\frac{3}{8}$
$B(4\|0)$	$64a+16b+2=0$	$c=0$
$f'(4)=0$	$48a+8b=0$	$d=2$

$\Rightarrow \boxed{f(x)=\frac{1}{16}x^3-\frac{3}{8}x^2+2}$

Die Steigung ist am Wendepunkt maximal. Berechnung d. dortigen Steigung:

$f''(x)=0 \Rightarrow \frac{3}{8}x-\frac{3}{4}=0 \Rightarrow \frac{3}{8}x=\frac{3}{4} \;|\cdot 8\;|:3 \Rightarrow \underline{\underline{x_w=2}}$

$f'(2)=-\frac{3}{4}=-0{,}75$

Bereits die steilere Variante hat eine Steigung von nur 75 %. Damit sind beide Varianten für Kinder geeignet.

E Ma 1 – Lösungen zum Ü-Blatt „Steckbriefaufgaben – die Anwendungen"

Übung 4: Torschuss: $f(x)=ax^2+bx+c$

a)

Bedingungen	Gleichung	Lösung
$P(0\|0)$	$c=0$	$a=-\frac{1}{50}$
$P(50\|0)$	$2500a+50b=0$	$b=1$
$P(25\|12,5)$	$625a+25b=12{,}5$	$c=0$

$\boxed{f(x)=-\frac{1}{50}x^2+x}$

b) $f(47)=-\frac{1}{50}\cdot(47)^2+47=\underline{\underline{2{,}82\,m}}$

A: Da der Torwart nur 2,70 m hoch kommt, erreicht er den 2,82 m hohen Ball nicht.

c) $\tan(\alpha)=\underset{\text{im Punkt }(0|0)}{m} \;|\arctan \Rightarrow \alpha=\arctan(f'(0))=\arctan(1)=\underline{\underline{45°}}$

d)

Bedingungen	Gleichungen	Lösungen
$P(0\|0)$	$c=0$	$a=-\frac{3}{125}$
$P(25\|15)$	$625a+25b=15$	$b=\frac{6}{5}$
$P(50\|0)$	$2500a+50b=0$	$c=0$

$\boxed{f(x)=-\frac{3}{125}x^2+\frac{6}{5}x}$

$\alpha=\arctan(f'(0))=\arctan(\frac{6}{5})=\underline{\underline{50{,}2°}}$

Übung 5: Landeanflug

$f(x)=ax^3+bx^2+cx+d \quad f'(x)=3ax^2+2bx+c \quad f''(x)=6ax+2b$

Bedingungen:	Gleichungen	Lösungen
$Q(0\|0)$	$d=0$	$a=\frac{1}{32}$
Steigung 0 an Stelle 0: $f'(0)=0$	$c=0$	$b=\frac{3}{16}$
$P(-4\|1)$	$-64a+16b=1$	$c=0$
Steigung 0 an Stelle −4: $f'(-4)=0$	$48a-8b=0$	$d=0$

$\boxed{f(x)=\frac{1}{32}\cdot x^3+\frac{3}{16}\cdot x^2}$

E-Ma: Lösungen zum Übungsblatt „Steckbriefaufg. – die Anwendungen"

Übung 6: Berg- und Talbahn

$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c \qquad f'(x) = 2ax + b \qquad f''(x) = 2a$

Bedingungen	Gleichungen	Lösungen
$f'(0) = 0{,}5$	$b = 0{,}5$	$a = -\frac{3}{400}$
$f'(100) = -1$	$200a + b = -1$	$b = 0{,}5$
$B(100\mid 20)$	$10000a + 100b + c = 20$	$c = 45$

$\Rightarrow f(x) = -\frac{3}{400} \cdot x^2 + 0{,}5x + 45$

b) $f(0) = 45 \Rightarrow$ Der Höhenunterschied beträgt 25 m.

c) $f'(x) = 0 \Rightarrow 2 \cdot \left(-\frac{3}{400}\right) \cdot x + 0{,}5 = 0 \Rightarrow x = \underline{33{,}\overline{3}\,m}$

Der höchste Punkt liegt $33{,}\overline{3}$ m vom Punkt A in x-Richtung entfernt.

$f(33{,}\overline{3}) = \underline{53{,}\overline{3}\,m}$

Der höchste Punkt ist $53{,}\overline{3}$ m hoch. Das sind $8{,}\overline{3}$ m über A.

---

17. Die Talsenke

a) $f(x) = ax^2 + bx + c \qquad f'(x) = 2ax + b \qquad f''(x) = 2a$

Bedingungen:	Gleichungen	Lösungen
$P_2(0\mid 0)$	$c = 0$	$a = \frac{41}{216}$
$P_1(-20\mid 150)$	$400a - 20b = 150$	$b = -\frac{100}{27}$
$P_3(40\mid 300)$	$1600a + b = 300$	$c = 0$

$\boxed{f(x) = \frac{41}{216} x^2 - \frac{100}{27} x}$

b) Berechnung der Steigung im Punkt 3:

$f'(40) = 2 \cdot \frac{41}{216} \cdot 40 - \frac{100}{27} = \frac{310}{27} = m$

$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} \qquad \Delta y = 50\,m$ (Höhe des Turms)

$\Rightarrow \Delta x = \frac{\Delta y}{m} \approx 4{,}355\,m$

A.: Der Turm darf maximal 4,35 m von der Senke entfernt stehen.