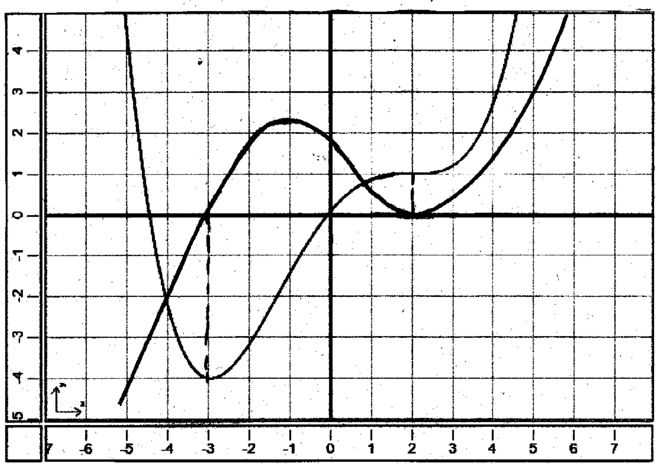
1. Graphisches Ableiten



vorne hinten Extremum Sattel
D4

2. Extrema und Monotonie

a) $f(x) = x^3 + 6\cdot x^2 + 9\cdot x + 1 \quad f'(x) = 3x^2 + 12x + 9 \quad f''(x) = 6x + 12$ D2

$f'(x_E) = 0 \Rightarrow 3x_E^2 + 12\cdot x_E + 9 = 0 \quad |:3$

$x_E^2 + 4\cdot x_E + 3 = 0 \quad |PQ$

$\Rightarrow x_{E1} = \underline{-3} \quad x_{E2} = \underline{-1}$ D2

$x_{E1}: \; f''(x_{E1}) = 6\cdot(-3) + 12 = -6 \Rightarrow \underline{\text{Maximum}}$

$f(x_{E1}) = (-3)^3 + 6\cdot(-3)^2 + 9\cdot(-3) + 1 = 1 \Rightarrow \underline{P_{Max}(-3|1)}$

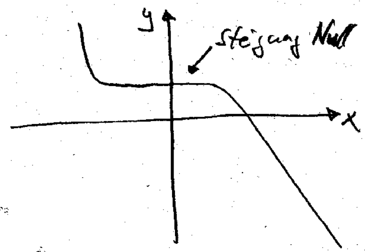
$x_{E2}: \; f''(x_{E2}) = 6 \Rightarrow \underline{\text{Minimum}}$ f'' D2

$f(x_{E2}) = -3 \Rightarrow \underline{P_{Min}(-1|-3)}$ f D1

7

b) Die Funktion hat bei $x = -3$ ein Maximum und bei $x = -1$ ein Minimum. D.h. die Funktion fällt monoton im Bereich $-3 \leq x \leq -1$. Z1,5

c)



Fallend + monoton
D2

3. Ableitungsfunktionen bilden

a) D1
b) D1,5
c) D1,5
d) D1,5
e) Z2

a) $f(x) = -2x^4 + x - 1$
$f'(x) = -8x^3 + 1$

b) $f(x) = 2\cdot x^{-3}$
$f'(x) = -6x^{-4}$

c) $f(x) = \sin(x) + \cos(x)$
$f'(x) = \cos(x) - \sin(x)$

d) $f(x) = x^{\frac{5}{3}}$
$f'(x) = \frac{5}{3}\cdot x^{\frac{2}{3}}$

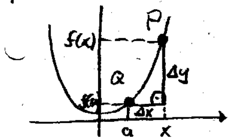
e) $f(x) = \frac{3}{4}\cdot x^{-\frac{2}{5}}$
$f'(x) = -\frac{3}{10}\cdot x^{-\frac{7}{5}}$

7,5

4. Der Grenzwert des Differenzenquotienten

a.1) Der Quotient $\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ hat die graphische Bedeutung einer Sekantensteigung. D2

a.2) Man kommt auf diesen Quotienten über das Steigungsdreieck: Z2



$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$

b) Anschaulich „läuft" der Punkt P auf den Punkt Q, wodurch sich die Sekante durch P und Q immer mehr der Tangente im Punkt Q anschmiegt. D2

c)
$$\lim_{x\to a}\left(\frac{f(x)-f(a)}{x-a}\right) = \lim_{x\to a}\left(\frac{[g(x)+h(x)]-[g(a)+h(a)]}{x-a}\right)$$
$$= \lim_{x\to a}\left(\frac{g(x)+h(x)-g(a)-h(a)}{x-a}\right)$$
$$= \lim_{x\to a}\left(\frac{g(x)-g(a)+h(x)-h(a)}{x-a}\right)$$
$$= \lim_{x\to a}\left(\frac{g(x)-g(a)}{x-a} + \frac{h(x)-h(a)}{x-a}\right)$$
$$= \lim_{x\to a}\left(\frac{g(x)-g(a)}{x-a}\right) + \lim_{x\to a}\left(\frac{h(x)-h(a)}{x-a}\right)$$

qed. E3,5

5. Tangentensteigung in einem Punkt

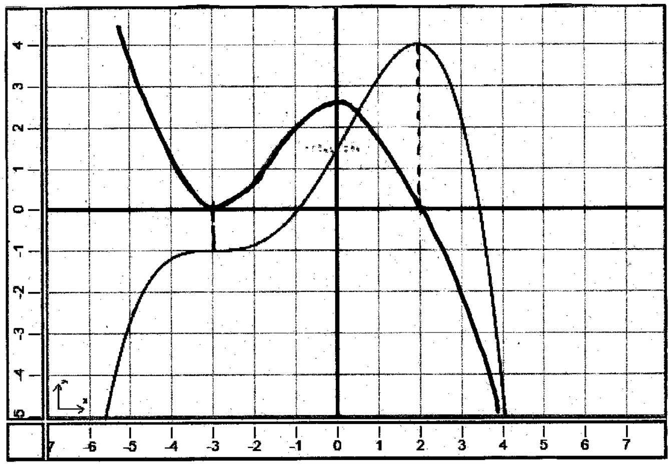
$$m_T = \lim_{x \to a}\left(\frac{f(x)-f(a)}{x-a}\right) = \lim_{x \to a}\left(\frac{2\cdot x^3 - 2\cdot a^3}{x-a}\right) \Rightarrow \text{Polynomdivision}$$

$$\begin{array}{l} (2x^3 - 2\cdot a^3) : (x-a) = 2\cdot x^2 + 2ax + 2a^2 \\ -(2x^3 - 2ax^2) \\ \quad 2ax^2 - 2a^3 \\ \quad -(2ax^2 - 2a^2x) \\ \qquad 2a^2x - 2a^3 \\ \qquad -(2a^2x - 2a^3) \\ \qquad\quad 0 \end{array}$$

$$\Rightarrow m_T = \lim_{x \to a}\left(2x^2 + 2ax + 2a^2\right) = 2\cdot a^2 + 2\cdot a^2 + 2\cdot a^2 = \underline{\underline{6a^2}}$$ E4

LÖSUNGEN GRUPPE B

1.



B4

2. a) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 1 \quad f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 \quad f''(x) = 6x - 12$ D2

$f'(x_E) = 0 \Rightarrow x_{E1} = 1,\ x_{E2} = 3$ D2

$x_{E1}: f''(x_{E1}) = -6 \Rightarrow$ Maximum $f(x_{E1}) = 3 \Rightarrow P_{Max}(1|3)$ D2

$x_{E2}: f''(x_{E2}) = 6 \Rightarrow$ Minimum $f(x_{E2}) = -1 \Rightarrow P_{Min}(3|-1)$ D1

b) Weil d. Fkt. bei $x=1$ ein Max. & bei $x=3$ ein Min. hat, fällt sie monoton im Bereich $1 \leq x \leq 3$ D2 1,5

c) Vgl. Lösung Gruppe A. D2

3. a) $f(x) = 4x^3 - x + 4$, $f'(x) = 12x^2 - 1$ b) $f(x) = 4\cdot x^{-5}$, $f'(x) = -20\cdot x^{-6}$ c) $f(x) = \cos(x) + \sin(x)$, $f'(x) = -\sin(x) + \cos(x)$ D1 D1,5

d) $f(x) = x^{\frac{3}{5}}$, $f'(x) = \frac{3}{5}\cdot x^{-\frac{2}{5}}$ e) $f(x) = \frac{5}{2}\cdot x^{-\frac{4}{3}}$, $f'(x) = -\frac{10}{3}\cdot x^{-\frac{7}{3}}$ D1,5 D1,5 E2

4. Siehe Lösung Gruppe A. +9,5

5. Analog zur Lösung der Gruppe A, nur mit 3 statt 2 als Vorfaktor. +4

Notengrenzen

Note	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Min %	0	20	27	34	41	46	51	56	61	66	71	76	81	86	91	96
Min. Rohpunkte	0	7,5	10	12,5	15	16,5	18,5	20	22	23,5	25,5	27	29	31	32,5	34,5

D 22,5 63,5%

Z 5,5 15%

E 7,5 21,5%

Σ 35,5