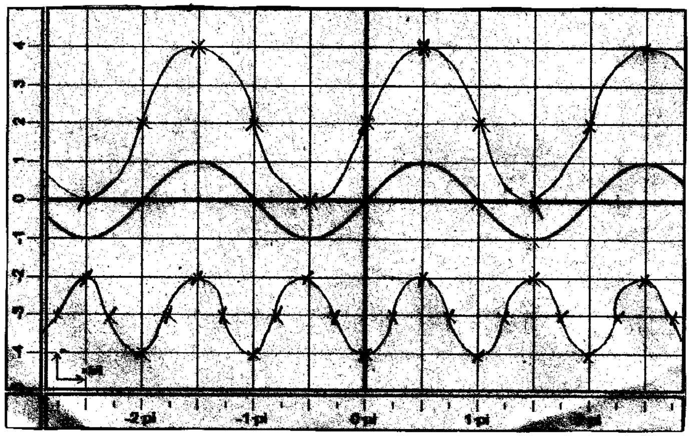
E04 - Mathematik-Klausur Nr. 3 ERWARTUNGSHORIZONT 28.02.13

1. Definition des Sinus
→ Der Sinus entspricht stets der Seite des Dreiecks, die parallel zur y-Achse verläuft. D 1

2. Sinusfunktion zeichnen



Z 4
D 3

3. Sinusfunktion aus dem Graphen erkennen

$f(x) = 1{,}5 \cdot \sin\left(\frac{1}{2} \cdot \left(x + \frac{\pi}{2}\right)\right) + 2$ D Z 1,5

$g(x) = \sin(2 \cdot x) - 1$ D 2,5

4. Nullstellen ganzrationaler Funktionen

a) Schritt 1: Nullstelle erraten. D 1

$\Rightarrow x_{N1} = 2$ $\Rightarrow$ Linearfaktor: $(x-2)$

Schritt 2: Polynomdivision

$(9x^3 - 21x^2 + 4x + 4) : (x-2) = 9x^2 - 3x - 2$ D

$-(9x^3 - 18x^2)$

$-3x^2 + 4x$

$-(-3x^2 + 6x)$ 4,5

$-2x + 4$

$-(-2x + 4)$

0

Schritt 3: Übrige Nullstellen durch PQ-Formel

$9x^2 - 3x - 2 = 0 \quad |:9$

$x^2 - \underbrace{\tfrac{1}{3}}_{p} x \underbrace{- \tfrac{2}{9}}_{q} = 0$

$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

$x_{2,3} = \frac{1}{6} \pm \sqrt{\frac{1}{36} + \frac{2}{9}} = \frac{1}{6} \pm \sqrt{\frac{9}{36}} = \frac{1}{6} \pm \frac{3}{6}$

$\Rightarrow x_2 = \frac{1}{6} + \frac{3}{6} = \frac{4}{6} = \underline{\underline{\frac{2}{3}}}$ D 2

$x_3 = \frac{1}{6} - \frac{3}{6} = -\frac{2}{6} = \underline{\underline{-\frac{1}{3}}}$

(1)

E04 - Mathematik-Klausur Nr. 3 ERWARTUNGSHORIZONT 28.02.13

4. b) $f(x) = 9 \cdot (x-2) \cdot \left(x - \frac{2}{3}\right) \cdot \left(x + \frac{1}{3}\right)$ Z 0,5 D 1,5

5. Biquadratische Funktionen

a) Die Funktion ist achsensymmetrisch zur y-Achse, da ausschließlich gerade Exponenten vorkommen. D 1

b) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ Substitution: $z = x^2$

$z^2 \underbrace{- 13}_{p} z \underbrace{+ 36}_{q} = 0$ PQ-Formel

$z_{1,2} = \frac{13}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{13}{2}\right)^2 - 36} = \frac{13}{2} \pm \frac{5}{2} \Rightarrow z_1 = 9,\ z_2 = 4$ D 4

$\Rightarrow x_1 = \sqrt{9} = \underline{\underline{3}},\ x_2 = -\sqrt{9} = \underline{\underline{-3}},\ x_3 = \sqrt{4} = \underline{\underline{2}},\ x_4 = -\sqrt{4} = \underline{\underline{-2}}$

5. Der freie Parameter

a) Durch Einsetzen von a in die Funktionsgleichung

$g(a) = a^3 + (-a-5) \cdot a^2 + (5a+6) \cdot a - 6a = a^3 - a^3 - 5a^2 + 5a^2 + 6a - 6a = 0$ Z 1

Damit handelt es sich bei a um eine Nullstelle. E 2,5

b) $(x^3 + (-a-5)x^2 + (5a+6) \cdot x - 6a) : (x-a) = x^2 - 5 \cdot x + 6$

$-(x^3 - a \cdot x^2)$

$-5x^2 + (5a+6) \cdot x$

$-(-5x^2 + 5 \cdot ax)$ E 4

$6x - 6a$

$-(6x - 6a)$

0

$x^2 \underbrace{-5}_{p} x \underbrace{+6}_{q} = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4} - \frac{24}{4}} = \frac{5}{2} \pm \frac{1}{2} \Rightarrow x_3 = \underline{\underline{3}},\ x_4 = \underline{\underline{2}}$ E 3

6. Schnittpunkte ganzrationaler Funktionen

Gleichsetzen der beiden Funktionsterme:

$x^3 - 2 \cdot x + 9 = x^3 + 2 \cdot x - 1 \quad |+1\ |+2x\ |-x^3$

$10 = 4x \quad |:4$

$\underline{\underline{\frac{5}{2}}} = x_s$ D 4

Einsetzen von x_s in eine Funktionsgleichung:

$f\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{157}{8}$ D 1

$\Rightarrow P_s\left(\frac{5}{2} \middle| \frac{157}{8}\right)$

(2)

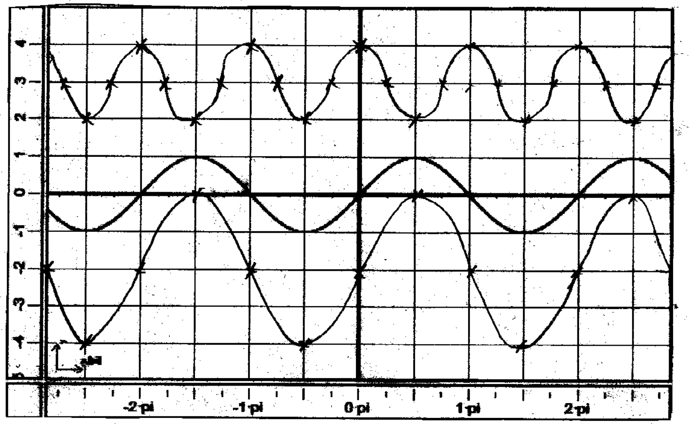
Notenverteilung

$\Sigma 45$

Note	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Min. Prozent	0	20	27	34	41	46	51	56	61	66	71	76	81	86	91	96
Min. Bew.-Punkte	0	9	12,5	15,5	18,5	21	23	25,5	27,5	30	32	34,5	36,5	39	41	43,5

1.: Wie Gruppe A

2.:



3. $f(x) = 1{,}5 \cdot \sin\left(\frac{1}{2} \cdot \left(x + \frac{\pi}{2}\right)\right) + 2 \qquad g(x) = \sin(2 \cdot x) - 1$

4. a) Rechenweg wie Gruppe A: $x_{N1} = 1 \quad x_{N2} = \frac{1}{3} \quad x_{N3} = \frac{2}{3}$

   b) $f(x) = 9 \cdot (x-1) \cdot \left(x - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(x - \frac{2}{3}\right)$

5. Analog zu Gruppe A. b): $x_{N1} = -2,\ x_{N2} = 2,\ x_{N3} = -1,\ x_{N4} = 1$

6. a) Analog zu Gruppe A

   b) " " " " mit $x_{N1} = a,\ x_{N2} = 1 \quad x_{N3} = 2$

7. $x^3 - 3x + 9 = x^3 - 5 \cdot x - 1 \quad | -x^3 + 5x - 9$

$\Rightarrow 2x = -10 \quad | :2$

$x = -5 \quad \Rightarrow P(-5|-101).$