GRUPPE A

1. Asiatische Käfer!

a) $f(x)=c\cdot a^x$ – Die Parameter c und a sind zu bestimmen.

↳ Punkte aus Text: $P(2|360000)$, $Q(5|9720000)$

$P \Rightarrow f(2)=360000$

$c\cdot a^2 = 360000 \quad |:a^2$

$\Rightarrow c = \frac{360000}{a^2}$

$Q \Rightarrow f(5)=9720000$

$c\cdot a^5 = 9720000 \quad |c \text{ ersetzen}$

$\frac{360000}{a^2}\cdot a^{5} = 9720000 \quad |:360000$ D2

$a^3 = 27 \quad |\sqrt[3]{\ }$ D3

$\underline{a = 3}$

$\Rightarrow c = \frac{360000}{a^2} = \underline{40000} \Rightarrow \boxed{f(x)=40000\cdot 3^x}$

b) $1000000 = 40000\cdot 3^x \quad |:40000$ D1

$25 = 3^x \quad |\log_3()$ D2

$\Rightarrow x=\log_3(25)=\underline{2{,}93}$

Lösen der Exponentialgl.

c) $80000 = 40000\cdot 3^x \quad |:40000$

$2 = 3^x \quad |\log_3()$ D1,5

$\Rightarrow x=\log_3(2)=\underline{0{,}63}$

d) Wegen der Basis 1,05 folgt ein jährliches Wachstum von 5% D1,5

e) $f(x)=g(x) \Rightarrow 40000\cdot 3^x = 12380000\cdot 1{,}05^x \quad |:40000 : (1{,}05^x)$ D2

$\frac{3^x}{1{,}05^x} = 309{,}5$

$\left(\frac{3}{1{,}05}\right)^x = 309{,}5 \quad |\log_{\frac{3}{1{,}05}}()$ D2

Lösen der Expgl.

$\underline{x = 5{,}46}$

f) $40000\cdot 3^x = 2\cdot 12380000\cdot 1{,}05^x$ | nach x auflösen liefert: Z1,5

$x = \log_{\frac{3}{1{,}05}}(2\cdot 309{,}5) = \underline{6{,}12}$

g) $40000\cdot 3^x = n\cdot 12380000\cdot 1{,}05^x \quad |:40000 \; |:1{,}05^x$

$\left(\frac{3}{1{,}05}\right)^x = n\cdot 309{,}5 \quad |\log_{\frac{3}{1{,}05}}()$ E4

$\boxed{x = \log_{\frac{3}{1{,}05}}(n\cdot 309{,}5)}$

GRUPPE A

2. Graph der Exponentialfunktion

a) • Aus y-Achsenabschnitt folgt: $\underline{c=8}$ D2

• Weiterer, gut ablesbarer Punkt: $P(4|4)$

↳ $f(4)=4 \Rightarrow 8\cdot a^4 = 4 \quad |:8$ Z3

$a^4 = \frac{1}{2} \quad |\sqrt[4]{\ }$

$\underline{a \approx 0{,}841}$

b) An der y-Achse ist $x=0 \Rightarrow f(0)=c\cdot a^0 = c\cdot 1 = c$.

Somit schneidet der Graph einer Exp.fkt. die y-Achse bei c. D3

c) Multipliziert man eine Zahl mit einer Zahl zwischen 0 und 1, so verkleinert sich der Betrag, Bsp.: $0{,}5\cdot 0{,}5 = 0{,}25$

Ist die Zahl a zwischen 0 und 1 und multipliziert man sie mehrfach mit sich selbst, so verkleinert sich das Ergebnis mit jeder Multiplikation:

$a\cdot a = a^2 > a\cdot a\cdot a = a^3 > \ldots > a\cdot a\cdot\ldots\cdot a = a^n$, u.s.w.

Es folgt: Vergrößert sich der Exponent von a^x, so wird das Ergebnis kleiner. Daher fällt der Graph von $c\cdot a^x$: c bleibt konstant und a^x wird mit wachsendem x immer kleiner. D1 Z3,5

3. Der Logarithmus und seine Gesetze

a) $\log_{10}(20)+\log_{10}(5)+\log_{10}(5)+\log_{10}(2) = \log_{10}(20\cdot 5\cdot 5\cdot 2) = \log_{10}(1000)$ D2

$= \log_{10}(10^3) = \underline{3}$

b) $\log_2\left(\frac{3}{4}\right) - \log_2(3) = \log_2(3) - \log_2(4) - \log_2(3) = -\log_2(2^2) = \underline{-2}$ D2,5

c) $\log_2(\sqrt{2}) = \log_2(2^{1/2}) = \frac{1}{2}$ D1,5

d) Für jede Zahl a ist $a^0 = 1$. Wendet man auf diese Seite beidseitig den Logarithmus $\log_a$ an, erhält man: E4

$\log_a(a^0) = \log_a(1)$

$0 = \log_a(1)$

Was zu zeigen war.

EO4: Mathematik – Klausur Nr. 2 ERWARTUNGSHORIZONT vom [illegible]

GRUPPE B

1. Punkte $P(2|315000)$ und $Q(4|2835000)$

a) $c\cdot a^2=315000 \Rightarrow c=\frac{315000}{a^2}$ $\Rightarrow \underline{c=35000}$ $\boxed{f(x)=35000\cdot 3^x}$ D5

$c\cdot a^4=2835000 \Rightarrow \frac{315000}{a^2}\cdot a^4=2835000 \Rightarrow a^2=9 \Rightarrow \underline{a=3}$

b) $1000000=35000\cdot 3^x \Rightarrow 3^x=\frac{200}{7} \Rightarrow x=\log_3\left(\frac{200}{7}\right)\approx \underline{\underline{3{,}05}}$ D3

c) $70000=35000\cdot 3^x \Rightarrow 3^x=2 \Rightarrow x=\log_3(2)\approx \underline{\underline{0{,}63}}$ D1,5

d) 6% D2,5

e) $35000\cdot 3^x=13290000\cdot 1{,}06^x \Rightarrow \left(\frac{3}{1{,}06}\right)^x\approx 379{,}71 \Rightarrow x\approx \underline{\underline{5{,}71}}$ D4

f) $35000\cdot 3^x=2\cdot 13290000\cdot 1{,}06^x \Rightarrow \left(\frac{3}{1{,}06}\right)^x\approx 2\cdot 379{,}71 \Rightarrow x\approx \underline{\underline{6{,}38}}$ D1,5

g) $x=\log_{\frac{3}{1{,}06}}(n\cdot 379{,}71)$ E4

2.a) $c=2$, $P(4|4) \Rightarrow 2\cdot a^4=4 \Rightarrow a=\sqrt[4]{2}\approx 1{,}19$ D2,5

$\Rightarrow f(x)=2\cdot 1{,}19^x$

b) Siehe Gruppe A D3

c) Wie Gruppe A, nur dass im Fall von $a>1$ das Produkt mit dieser Zahl größer wird. DZ 3,5

3. a) $\log_{10}(5)+\log_{10}(10)+\log_{10}(5)+\log_{10}(4)=\log_{10}(5\cdot 10\cdot 5\cdot 4)=\log_{10}(1000)=\log_{10}(10^3)=\underline{\underline{3}}$ D2

b) $\log_2\left(\frac{5}{4}\right)-\log_2(5)=\log_2(5)-\log_2(4)-\log_2(5)=-\log_2(2^2)=\underline{\underline{-2}}$ D2,5

c) $\log_2(\sqrt{4})=\log_2(2)=\log_2(2^1)=\underline{\underline{1}}$ D1,5

d) Siehe Gruppe A. E4

Notenverteilung

Note	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
% min.	0	20	27	34	41	46	51	56	61	66	71	76	81	86	91	96
		8,5	11,5	14,5	17,5	19,5	21,5	23,5	26	28	30	32	34	36,5	38,5	40,5

$\Sigma 42$

E: 8

Z: 7

D: 27