

E Ma Lösungen zum Übungsklasse „Steckbriefaufgaben“

11.06.15

$$1.) a) f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c \quad f''(x) = 6ax + 2b$$

Bedingungen Gleichungen

Symm. zum Ursprung

$$P(1|1|-2) \Rightarrow f(1) = -2$$

$$WP \Rightarrow f'(1) = 0$$

$$b) f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c \quad f''(x) = 6ax + 2b$$

Bedingungen

$$P(0|0) \Rightarrow f(0) = 0$$

$$\text{Extrem. bzr. } x=0 \Rightarrow f'(0) = 0$$

$$P(2|11) \Rightarrow f(2) = 11$$

$$\text{Extrem. bzr. } x=2 \Rightarrow f'(2) = 0$$

$$2.) a) f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e \quad f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d \quad f''(x) = 12ax^2 + 6bx + 2c$$

Bedingungen

$$P(0|3) \Rightarrow f(0) = 3$$

$$WP \Rightarrow f'(0) = 0$$

$$f''(0) = 0$$

$$Q(3|0) \Rightarrow f(3) = 0$$

$$\text{waagr. Tang.} \Rightarrow f'(3) = 0$$

$$b) f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e \quad f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d \quad f''(x) = 12ax^2 + 6bx + 2c$$

Bedingungen

$$H(2|4) \Rightarrow f(2) = 4$$

$$WP \Rightarrow f'(2) = 0$$

$$W(0|0) \Rightarrow f(0) = 0$$

$$WP \Rightarrow f'(0) = 0$$

$$\text{Wendelstelle} \Rightarrow f''(0) = 1$$

$$\text{Steigung 1}$$

$$d = 1$$

$$e = 0$$

Gleichungen

$$16a + 8b + 2d = 4$$

$$32a + 12b + d = 0$$

$$e = 0$$

$$c = 0$$

$$d = 1$$

$$e = 0$$

Lösungen

$$a = -\frac{1}{2}$$

$$b = \frac{5}{4}$$

$$c = 0$$

$$d = 1$$

$$e = 0$$

Lösungen

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^4 + \frac{5}{4}x^3 + x$$

1)

E Ma „Übungsbogen Steckbriefaufgaben“ - Klarer Lösungen 11.06.15

$$2.) c) f(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x^2 + d \cdot x + e \quad f(1) = 6ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d$$

$$f''(x) = 12ax^2 + 6bx + 2c$$

Bedingungen

$$P(0|0) \Rightarrow f(0) = 0$$

$$WP \Rightarrow f'(0) = 0$$

$$\text{Extrem. bzr. } x=3 \Rightarrow f'(3) = 0$$

$$W(1|11) \Rightarrow f(1) = 11$$

$$WP \Rightarrow f''(1) = 0$$

$$12a + 6b + 2c = 0$$

$$e = 0$$

Gleichungen

$$e = 0$$

$$d = 0$$

$$108a + 27b + 6c = 0$$

$$a + b + c = 11$$

$$12a + 6b + 2c = 0$$

$$e = 0$$

Lösungen

$$a = 1$$

$$b = -8$$

$$c = 18$$

$$f(x) = x^4 - 8x^3 + 18x^2$$

3.)

a) Aus „Die Tangente des Graphen an der Stelle 1 hat die Gleichung $g(x) = 3x - 1$ “ folgt

→ Der Graph hat bei $x = 1$ die Steigung 3,5

→ Der Graph geht durch den Punkt $P(1|g(1)) = P(1|3,5 \cdot 1 - 1) = P(1|2,5)$

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c \quad f''(x) = 6ax + 2b$$

Bedingungen

Symmetrie Uspz.

$$P(1|2,5) \Rightarrow f(1) = 2,5$$

$$\text{Steigung 3,5 bei } x=1$$

$$\Rightarrow f'(1) = 3,5$$

$$3a + c = 3,5$$

$$d = 0$$

Gleichungen

$$a = \frac{1}{2}$$

$$b = 0$$

$$c = \frac{3}{2}$$

$$3a + c = 3,5$$

$$d = 0$$

Lösungen

$$f(x) = \frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}x$$

$$b) g(x) = \frac{3}{2} \cdot (4x^2 + x) = 2x^3 + \frac{3}{2}x$$

→ Schneidet den Graphen von g im Ursprung senkrecht

→ $P(0|0)$ ist Punkt des Graphen

→ Berechnung der Steigung im Ursprung:

$$g(x) = 6x^2 + \frac{3}{2} \Rightarrow g'(0) = \frac{3}{2} = m_g$$

Die Steigung der gesuchten Funktion $f'(0) = m_f$ ist senkrecht dazu:

$$m_f \cdot m_g = -1 \Rightarrow m_f = -\frac{1}{m_g} = -\frac{1}{\frac{3}{2}} = -\frac{2}{3}$$

→ Weiterer Schnittpunkt bei $x = 1$

$$\Rightarrow P(1|g(1)) = P(1|\frac{3}{2})$$

(2)

3. b) Fortsetzung

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c \quad f''(x) = 6ax + 2b$$

Bedingungen	Gleichungen	Lösungen
Punktsymmetrisch		$a = \frac{g}{2}$
$f(0) = 0$	$0 = 0$	$b = 0$
$Q\left(1/\frac{g}{2}\right)$	$a + c = \frac{g}{2}$	$c = -2$
$f'(0) = -2$	$c = -2$	$d = 0$

1. Bestimmung des Scheitelpunktes der Parabel $g(x) = x^2 + x$ $g'(x) = 2x + 1$
 $\hookrightarrow g'(x) = 0 \Rightarrow 2x + 1 = 0 \Rightarrow x_s = -\frac{1}{2}$

$\Rightarrow P\left(x_s | g(x_s)\right) = P\left(-\frac{1}{2} | -\frac{1}{4}\right)$ ist Punkt der gesuchten Funktion.

2. „berührt...“ \Rightarrow hat gleiche Steigung wie Scheitelpunkt der Parabel

$$\Rightarrow f'\left(-\frac{1}{2}\right) = 0 \quad f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c \quad f''(x) = 6ax + 2b$$

Bedingungen	Gleichungen	Lösungen
$P\left(-\frac{1}{2} -\frac{1}{4}\right)$	$-\frac{1}{8}a + \frac{1}{4}b - \frac{1}{2}c + d = -\frac{1}{4}$	$a = -5$
$f'\left(-\frac{1}{2}\right) = 0$	$\frac{3}{4}a - b + c = 0$	$b = 0$
$W(0 1)$	$d = 1$	$c = \frac{15}{4}$
WF $\Rightarrow f''(0) = 0$	$b = 0$	$d = 1$

$$f(x) = -5x^3 + \frac{15}{4}x + 1$$