[EdM S. 83/4/5]

4. Preissenkung in EUR: x

Eintrittspreis: $8-x$

Anzahl Zuschauer: $200 + 2\cdot x \cdot 20$

Einnahmen: $f(x) = (200+40x)\cdot(8-x)$

→ Ermitteln des Maximums von $f(x)$

$f(x) = (200+40x)\cdot(8-x) = 1600 + 120\cdot x - 40x^2$

$\Rightarrow f(x) = -40x^2 + 120x + 1600$

$= -40\cdot[x^2 - 3x] + 1600$

$= -40\cdot[(x-1{,}5)^2 - 2{,}25] + 1600$

$= -40(x-1{,}5)^2 + \cancel{10000}\ 1690$ ← Die x-Position des Scheitelpunktes lässt sich ablesen!

$\Rightarrow x = +1{,}5$

$\Rightarrow$ Idealer Eintrittspreis $= 8 - x = \underline{\underline{6{,}50 \text{ EUR}}}$

5. Preissenkung in EUR: x

Stückpreis: $50 - x$

Verkaufszahlen: $600 + 20\cdot x$

Einnahmen: $f(x) = (600+20x)\cdot(50-x)$

→ Ermitteln des Einnahmenmaximums

$f(x) = (600+20x)\cdot(50-x) = -20x^2 + 400x + 30000$

$= -20\cdot[x^2 - 20x] + 30000$

$= -20\cdot[(x-10)^2 - 100] + 30000$

$= -20(x-10)^2 + 32000$ ← x-Position des Scheitelpunktes ablesen!

$\Rightarrow x = 10$

$\Rightarrow$ Idealer Eintrittspreis: $50 - x = \underline{\underline{40 \text{ EUR}}}$

6. Preissenkung in EUR: x

Abonnementpreis: $60 - x$

Bezieher: $5000 + 200\cdot x$

Einnahmen: $(60-x)\cdot(5000+200x) = 300000 + 7000x - 200x^2$

Ausgaben: $20000 + 10\cdot(5000+200x) = 70000 + 2000x$

Gewinn = Einnahmen − Ausgaben

$G(x) = 300000 + 7000x - 200x^2 - (70000 + 2000x)$

$\Rightarrow G(x) = -200x^2 + 5000x + 230000$

$= -200\cdot[x^2 - 25x] + 230000$

$= -200\cdot[(x-12{,}5)^2 - 156{,}25] + 230000$

$= -200\cdot(x-12{,}5)^2 + 261250$

$\Rightarrow$ Für einen Abonnementpreis von $60 - 12{,}5 = \underline{\underline{47{,}5\,€}}$ macht der Verlag den meisten Gewinn.

9. $A(x) = 8\cdot 5 - (2\cdot\frac{1}{2}\cdot x\cdot(8-x) + 2\cdot\frac{1}{2}\cdot x\cdot(5-x))$

$\Rightarrow A(x) = 40 - (-x^2 + 8x - x^2 + 5x) = 2x^2 - 13x + 40$

$A(x) = 2x^2 - 13x + 40$

$= 2\cdot[x^2 - 6{,}5x] + 40$

$= 2\cdot[(x-3{,}25)^2 - 10{,}5625] + 40$

$= 2\cdot(x-3{,}25)^2 + 18{,}875$

$\Rightarrow$ Für $x = \underline{\underline{3{,}25\text{ cm}}}$ wird der Flächeninhalt des Parallelogramms minimal.

10.

$A(x) = a\cdot a - \left(x\cdot(\overset{a-x}{\cancel{x-a}}) + x\cdot(\overset{a-x}{\cancel{x-a}})\right) = a^2 - 2\cdot x\cdot(x-a) = a^2 + 2x^2 - 2ax$

$A(x) = +2x^2 - 2ax + a^2$

$= +2\cdot\left[x^2 - ax\right] + a^2$

$= +2\cdot\left[\left(x-\frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4}\right] + a^2$

$= +2\cdot\left(x-\frac{a}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}a^2$

$\Rightarrow$ Für $x = \frac{a}{2}$ ist der Flächeninhalt des schraffierten Quadrats minimal.

11. Hauptbedingung: $A = x\cdot y$

Nebenbedingung: $y = -\frac{6}{5}x + 4$

Zielfunktion: $A(x) = x\cdot\left(-\frac{6}{5}x+4\right) = -\frac{6}{5}x^2 + 4x$

$A(x) = -\frac{6}{5}x^2 + 4x$

$= -\frac{6}{5}\left[x^2 - \frac{10}{3}x\right]$

$= -\frac{6}{5}\cdot\left[\left(x-\frac{5}{3}\right)^2 - \frac{25}{9}\right]$

$= -\frac{6}{5}\cdot\left(x-\frac{5}{3}\right)^2 + \frac{10}{3}$

$\Rightarrow$ Die x-Position des gesuchten Punktes P ist $x_P = \frac{5}{3}$. Für den y-Wert muss die Zahl in die Nebenbedingung eingesetzt werden.

$y = -\frac{6}{5}\cdot\left(\frac{5}{3}\right) + 4 = 2 \Rightarrow P\left(\frac{5}{3}\middle|2\right)$

12. $f(x) = f_2(x) - f_1(x) = x^2 - 4x + 7 - (2x-3) = x^2 - 6x + 10$

Minimum = Scheitelpunkt gesucht!

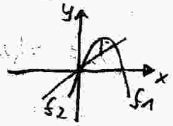
$f(x) = x^2 - 6x + 10$

$= \left[(x-3)^2 - 9\right] + 10$

$= (x-3)^2 + 1$

$\Rightarrow$ An der Stelle $x = 3$ unterscheiden sich die Funktionswerte am wenigsten.

13. Skizze:



$f(x) = f_1(x) - f_2(x) = -0{,}1x^2 + x - (0{,}5x)$

$\Rightarrow f(x) = -0{,}1x^2 + 0{,}5x$

$= -0{,}1\cdot\left[x^2 - 5x\right]$

$= -0{,}1\cdot\left[(x-2{,}5)^2 - 6{,}25\right]$

$= -0{,}1\cdot(x-2{,}5)^2 + 0{,}625$

$\Rightarrow$ Der Abstand ist am größten bei $x = 2{,}5$. Dort muss die Parallele zur y-Achse gezeichnet werden.