1. Lineare Funktionen: Grundlagen

A

a) $f_1(x) = -\frac{1}{2}\cdot x + 2$ $\qquad f_2(x) = 3x - 2$ a) D 4,5

b) $g(x) = 2{,}5\cdot x - 5$

$A(3|y)$: $g(3) = 2{,}5\cdot 3 - 5 = \underline{\underline{2{,}5}} \Rightarrow A(3|2{,}5)$ [+1,5]

$B(x|7)$: $g(x) = 7 \Rightarrow 2{,}5\cdot x - 5 = 7 \quad |+5 \quad |:2{,}5$ [+2,5]

$\Rightarrow x = 4{,}8 \Rightarrow B(4{,}8|7)$ b) D 4

c) $P(4|10)$; $Q(7|3)$ $\qquad f(x) = m\cdot x + b$

$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{10-3}{4-7} = -\frac{7}{3} \approx -2{,}333$ [+1,5]

$P(4|10) \Rightarrow f(4) = 10 \Rightarrow -\frac{7}{3}\cdot 4 + b = 10 \quad |T$

$-\frac{28}{3} + b = 10 \quad |+\frac{28}{3}$

$b = \frac{58}{3} \approx 19{,}333$ [+2]

$\Rightarrow \boxed{f(x) = -\frac{7}{3}\cdot x + \frac{58}{3}}$ [+0,5] c) D 4

2. Lineare Funktionen: Die Anwendungsaufgabe!

a) Punkte aus Aufgabentext: $A(5|75)$; $B(14|128)$

$f(x) = m\cdot x + b$

$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{128-75}{14-5} = \frac{53}{9} \approx 5{,}889$ a) D4

$A(5|75) \Rightarrow f(5) = 75 \Rightarrow \frac{53}{9}\cdot 5 + b = 75 \quad |T$

$\frac{265}{9} + b = 75 \quad |-\frac{265}{9}$

$b = \frac{410}{9} \approx 45{,}556$

$\Rightarrow \boxed{f(x) = \frac{53}{9}\cdot x + \frac{410}{9}}$

b) $f(29) = \frac{53}{9}\cdot 29 + \frac{410}{9} = \frac{649}{3} \approx \underline{\underline{216{,}333}}$ b.1) E1

Da 216,333 MB bis zum Ende des Monats benötigt werden, reicht die Grenze 250 MB.

$f(x) = 100 \Rightarrow \frac{53}{9}\cdot x + \frac{410}{9} = 100 \quad |-\frac{410}{9} \quad |:\frac{53}{9}$

$\Rightarrow x = \frac{490}{53} \approx 9{,}245$

$\Rightarrow$ Die Volumengrenze wird am 9. Tag erreicht. b2) E2

3. Potenzgesetze anwenden

A

a) $\frac{a^{12}}{a^5} = a^7$ a) D1

b) $x^{-3}y^2x^1y^5x^2 = y^7\cdot x^0 = y^7$ b) D2

c) $(c^2\cdot d)^2 = c^4\cdot d^2$ c) D1,5

d) $\frac{(d^{-5}\cdot b^2)^3}{(a^3\cdot b^2)^2} = \frac{d^{-15}\cdot b^6}{a^6\cdot b^4} = \frac{d^{-15}\cdot b^2}{a^6}$ d) D2

e) $(x^3\cdot y^{-3})^{m+1} = x^{3\cdot(m+1)}\cdot y^{-3\cdot(m+1)} = x^{3m+3}\cdot y^{-3m-3}$ e) E1

f) $\frac{-a^8}{(-a)^8} = \frac{-a^8}{a^8} = -a^0 = -1$ $\qquad$ g) $(a+b)^2\cdot(a+b)^{-1} = (a+b)^1 = a+b$ f) D2,5 g) D1

h) $\frac{(x\cdot a)^3\,(x\cdot a)^{-2}}{x\cdot a} = \frac{x^3a^3\cdot x^{-2}a^{-2}}{x^1a^1} = \frac{x^1a^1}{x^1a^1} = 1$ h) E2

i) $(-d^{-1})^{-10}\cdot\left(\frac{(-x)^{-3}\cdot x^2}{2\cdot d^{-5}}\right)^{-2} = +d^{10}\cdot\frac{(-x^{-3}\cdot x^2)^{-2}}{(2\cdot d^{-5})^{-2}}$ i) E1,5

$= d^{10}\cdot\frac{x^6\cdot x^{-4}}{2^{-2}\cdot d^{10}} = 2^2\cdot x^6\cdot x^{-4} = 4x^2$

4. Wurzeln und Brüche

a) $a^{-2} = \frac{1}{a^2}$ $\quad$ b) $r^{\frac{1}{2}} = \sqrt{r}$ $\quad$ c) $x^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{x^3}$ $\quad$ d) $a^{-\frac{5}{3}} = \frac{1}{a^{5/3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{a^5}}$ a) D1 b) D1 c) D1,5 d) D1,5

5. Potenzgleichungen

a) $x^2 = 49 \quad |\sqrt{\ }$ a) D2

$\underline{x_1 = -7}$; $\underline{\underline{x_2 = 7}}$

b) $-x^3 = 8 \quad |\cdot(-1)$ b) D2,5

$x^3 = -8 \quad |\sqrt[3]{\ }$

$x = \underline{-2}$

c) $448 = -2x^5 - 38 \quad |+38$ c) D3

$486 = -2x^5 \quad |:(-2)$

$-243 = x^5 \quad |\sqrt[5]{\ }$

$\underline{-3} = x$

d) $-2x^2 + 8 = 2x^2\cdot(x-3) + 4x^2 \quad |T$ d) E2

$-2x^2 + 8 = 2x^3 - 6x^2 + 4x^2 \quad |+2x^2$

$8 = 2x^3 \quad |:2$

$4 = x^3 \quad |\sqrt[3]{\ }$

$\underline{\underline{\sqrt[3]{4}}} = x \quad (\approx 1{,}587)$

e) $(x+5)^4 - 11 = 5 \quad |+11$ e) E0,5 E1

$(x+5)^4 = 16 \quad |\sqrt[4]{\ }$

$x_1 + 5 = +2 \quad |-5 \Rightarrow x_1 = \underline{-3}$

$x_2 + 5 = -2 \quad |-5 \Rightarrow x_2 = \underline{-7}$

6. Tieferes Verständnis ... ;) (A)

a) a^0 entsteht aus dem Term $\frac{a^n}{a^n} = a^{n-n} = a^0$, indem man das 2. Potenzgesetz anwendet. Der Term lässt sich allerdings auch kürzen: $\frac{a^n}{a^n} = 1$ a) E1,5

Somit ist $a^0 = 1$.

b) $(-10)^{1/10}$ ist der Ausdruck, der entsteht, wenn man die Gleichung $x^{10} = -10$ lösen möchte und beidseitig $(\ )^{1/10}$ rechnet.
Allerdings ist der Exponent gerade, und somit kann es keine Zahl für x geben, die 10 mal mit sich multipliziert eine negative Zahl ergibt. Dem entsprechend gibt es keine reelle Zahl für den Ausdruck $(-10)^{1/10}$ b) E1

c) Es gilt $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \left((a)^{\frac{1}{m}}\right)^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{1}{m}\cdot\frac{1}{n}} = a^{\frac{1}{m\cdot n}}$. c) E1,5

d) $\sqrt[n]{a\cdot b} = (a\cdot b)^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{1}{n}}\cdot b^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}$ qed. d) E1,5

GRUPPE B

1. Lineare Funktionen: Grundlagen (B)

a) $f_1(x) = \frac{1}{2}x - 2$ $\quad f_2(x) = -3x + 1$ a) D4,5

b) $g(x) = 1{,}5\cdot x - 4$

$A(4|\_)$: $g(4) = 1{,}5\cdot 4 - 4 = 2 \Rightarrow A(4|2)$ [+1,5]

$B(\_|7)$: $g(x) = 7 \Rightarrow 1{,}5\cdot x - 4 = 7 \quad |+4 \quad |:1{,}5$ [+1,5]

$x = \frac{22}{3} \approx 7{,}333 \Rightarrow B(\frac{22}{3}|7)$ b) D4

c) $f(x) = m\cdot x + b$, $P(3|9)$; $Q(8|2)$

$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{9-2}{3-8} = -\frac{7}{5} \approx -1{,}4$ [+1,5]

$P(3|9) \Rightarrow f(3) = 9 \Rightarrow -\frac{7}{5}\cdot 3 + b = 9 \quad |T$

$-\frac{21}{5} + b = 9 \quad |+\frac{21}{5}$

$\Rightarrow b = \frac{66}{5} \approx 13{,}2$ [+2]

$\Rightarrow \boxed{f(x) = -\frac{7}{5}\cdot x + \frac{66}{5}}$

[+0,5] c) D4

2. Lineare Funktionen: Die Anwendungsaufgabe! (B)

Punkte aus Aufgabentext: $A(5|75)$; $B(12|143)$

a) $f(x) = m\cdot x + b$ a) D4

$m = \frac{143-75}{12-5} = \frac{68}{7} \approx 9{,}714$

$A(5|75) \Rightarrow f(5) = 75 \Rightarrow \frac{68}{7}\cdot 5 + b = 75 \quad |T$

$\frac{340}{7} + b = 75 \quad |-\frac{340}{7}$

$\Rightarrow b = \frac{185}{7} \approx 26{,}43$

$\Rightarrow \boxed{f(x) = \frac{68}{7}\cdot x + \frac{185}{7}}$

b.1) $f(29) = \frac{2157}{7} \approx 308{,}142$ b1) Z1

Da 308,142 MB bis zum Ende des Monats benötigt werden, reicht die Grenze 500 MB.

b.2) $f(x) = 100 \Rightarrow \frac{68}{7}\cdot x + \frac{185}{7} = 100 \quad |-\frac{185}{7} \quad |:(\frac{68}{7})$ b2) Z2

$\Rightarrow x = \frac{515}{68} \approx 7{,}574$

⇒ Die Volumengrenze wird im Laufe des 7. Tages erreicht.

3. Potenzgesetze anwenden

a) $a^3\cdot b^2\cdot a^{-1}\cdot b^5\cdot a^{-2} = a^0\cdot b^7 = b^7$ $\quad$ b) $\frac{x^5}{x^2} = x^3$

c) $(a\cdot b^2)^2 = a^2\cdot b^4$ $\quad$ d) $\frac{(c^{-3}\cdot d^2)^3}{(a\cdot d^2)^2} = \frac{c^{-9}\cdot d^6}{a^2\cdot d^4} = \frac{c^{-9}\cdot d^2}{a^2}$

e) $\frac{-e^6}{(-e)^6} = \frac{-e^6}{e^6} = -1$ $\quad$ f) $(p^2\cdot k^{-2})^{n+1} = p^{2\cdot(n+1)}\cdot k^{-2\cdot(n+1)} = p^{2n+2}\cdot k^{-2n-2}$

g) $\frac{(g\cdot h)^3\cdot(g\cdot h)^{-2}}{g\cdot h} = \frac{g^3\cdot h^3\cdot g^{-2}\cdot h^{-2}}{g^1\cdot h^1} = \frac{g^1\cdot h^1}{g^1\cdot h^1} = 1$

h) $(g+h)^2\cdot(g+h)^{-1} = (g+h)^1 = g+h$

i) siehe Lösung der Aufgabe 3.i) von Gruppe A

a) D2, b) D1, c) D1,5, d) D2, e) D2,5, f) Z1, g) Z2, h) D1, i) E1,5

4. Wurzeln und Brüche ...

a) $x^{-2} = \frac{1}{x^2}$ $\quad$ b) $x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$ $\quad$ c) $x^{\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{x^3}$ $\quad$ d) $x^{-4/3} = \frac{1}{x^{4/3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{x^4}}$

a) D1, b) D1, c) D1,5, d) D1,5

5. Potenzgleichungen

(B)

a) $x^2 = 64 \quad | \sqrt{}$

$x_1 = \underline{-8}\,;\ x_2 = \underline{\underline{8}}$

a) D2

b) $-x^3 = 27 \quad | \cdot(-1)$

$x^3 = -27 \quad | \sqrt[3]{}$

$x = \underline{\underline{-3}}$

b) D2,5

c) $-2x^5 - 35 = 451 \quad | +35$

$-2x^5 = 486 \quad | :(-2)$

$x^5 = -243 \quad | \sqrt[5]{}$

$x = \underline{\underline{-3}}$

c) D3

d) $2x^2 \cdot (x-3) + 5x^2 = 8 - x^2 \quad | T$

$2x^3 - 6x^2 + 5x^2 = 8 - x^2 \quad | + x^2$

$2x^3 = 8 \quad | :2 \ | \sqrt[3]{}$

$x = \underline{\underline{\sqrt[3]{4}}} \approx 1{,}587$

d) Z2

e) $(x+9)^4 - 15 = 1 \quad | +15$

$(x+9)^4 = 16 \quad | \sqrt[4]{}$

$x_1 + 9 = +2 \quad | -9 \Rightarrow x_1 = \underline{\underline{-7}}$

$x_2 + 9 = -2 \quad | -9 \Rightarrow x_2 = \underline{\underline{-11}}$

e) Z0,5 E1

6. Tieferes Verständnis ;)

Siehe Lösungen der Aufgabe 6 der Gruppe A

a) E1,5
b) E1
c) E1,5
d) E1,5

$\Sigma = 55{,}5$

Notenschlüssel:

Note:	6	5	4⁻	4	4⁺	3⁻	3	3⁺	2⁻	2	2⁺	1⁻	1
Min. %	0	30	50	54,5	59	63	68	72,5	77,5	82	86,5	91	95,5
Min. Rohpunkte	0	17	27,5	30,5	32,5	35	37,5	40	43	45,5	48	50,5	53

D 39 70,5 %

Z 8,5 15

E 8 14,5 %

$\Sigma = 55{,}5$